

# Etude du contact corde / frette

C. Issanchou<sup>a,b</sup>, J.-L. Le Carrou<sup>a</sup>, C. Touzé<sup>b</sup>, O. Doaré<sup>b</sup>

a. Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, UMR 7190, LAM / Institut Jean le Rond d'Alembert, 75015, Paris, France.

CNRS, UMR 7190, LAM / Institut Jean le Rond d'Alembert, 11, rue de Lourmel, 75015 Paris, France.

email : issanchou@lam.jussieu.fr

b. IMSIA (Institut des Sciences de la Mécanique et Applications Industrielles)

UMR 8193 CNRS-EDF-CEA-ENSTA, Université Paris-Saclay

828 Boulevard des maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex

## Résumé :

*Les contacts entre une corde vibrante et un obstacle rigide sont fréquemment rencontrés dans divers instruments de musique (basse électrique, contrebasse, sitar, tampoura...), ce qui donne lieu à des sonorités riches et variées. Alors qu'un certain nombre d'études analytiques et numériques ont été menées pour modéliser ces contacts, on ne trouve que peu d'études expérimentales dans la littérature. Cette étude a pour objectif de mettre en évidence expérimentalement le comportement d'une corde vibrante en présence d'un contact unilatéral, comme cela peut se produire lors d'un contact corde/frette. Pour cela, on s'intéresse plus particulièrement au contact entre une corde de basse électrique et un obstacle ponctuel, dont des observations expérimentales sont comparées avec les résultats analytiques pour une corde idéale, et avec des résultats numériques basés sur un schéma conservatif en différences finies, pour une corde avec raideur. Les résultats montrent une bonne concordance entre les signaux obtenus analytiquement, expérimentalement et numériquement.*

## Abstract :

*Some musical instruments (electric basses, double basses, tanpuras, sitars...) have a specific sound due to the contact between the vibrating string and an obstacle. While quite a large number of analytical and numerical studies has been carried out on this kind of contact, only a few concern experimental results. The aim of this study is to show experimentally the behaviour of an electric bass string when it hits frets while vibrating. For that purpose, we focus on the contact between a bass string and a point obstacle. Experimental results are compared with analytical ones in the case of an ideal string, as well as numerical results for a stiff string based on a conservative scheme. Results show a good agreement between analytical, experimental and numerical signals.*

**Mots clefs : corde vibrante, contact unilatéral, basse électrique, étude expérimentale**

## 1 Introduction

Les contacts entre corde vibrante et obstacle rigide sont à l'origine des sonorités particulières de certains instruments de musique tels que la basse électrique, la tampoura etc. Un certain nombre d'études

analytiques [1,2,3,4] et numériques [5,6,7] ont porté sur ces contacts, cependant on ne trouve que peu d'études expérimentales dans la littérature [8,9,10]. L'objectif est donc ici d'apporter des éléments expérimentaux permettant de mieux comprendre le comportement d'une corde vibrante en présence d'un obstacle. Nous présentons ici le cas de la basse électrique.

Sur une basse électrique, certains modes de jeu donnent lieu à un contact entre la corde et les frettes du manche. Ce phénomène, voulu par le musicien, donne une sonorité particulière au son, percussive. Cette étude vise à mettre en évidence expérimentalement le comportement d'une corde de basse lorsqu'elle est jouée en *pop*, *i.e.* lorsqu'elle est tirée par l'index avec une amplitude suffisamment grande pour que la corde vienne heurter les frettes.

Afin de mieux appréhender ce phénomène, nous nous sommes intéressés au contact entre la corde et une seule frette, assimilé à un contact ponctuel. Afin de comparer les résultats expérimentaux aux résultats analytiques décrits par H. Cabannes pour une corde idéale [1], l'obstacle a été placé au milieu de la corde. De plus, la corde a été pincée en son milieu et l'obstacle a été placé de manière à affleurer la corde au repos. Les signaux obtenus ont également été comparés avec des résultats de simulations numériques, faisant usage d'un schéma conservatif en différences finies proposé par S. Bilbao dans [5].

## 2 Dispositif expérimental et premiers résultats

### 2.1 Description de l'expérience et paramètres de simulation

Le dispositif mis en place (figure 1a) consiste à isoler une corde de basse électrique en plaçant un obstacle ponctuel au milieu de celle-ci et l'affleurant par-dessous. La corde est placée sur un banc de mesure tel que les conditions aux limites sont quasiment fixes [13]. A l'instant initial, elle est tirée par un fil de nylon, d'une hauteur contrôlée par des masses à l'autre extrémité du fil. Celui-ci est brûlé au moment du lâcher.

On observe en particulier la position d'un point de la corde proche d'une extrémité. Deux fourches optiques [11] nous permettent d'observer la polarisation verticale (selon l'axe des  $z$ ) et la polarisation horizontale (selon l'axe des  $y$ ). Les résultats expérimentaux sont obtenus pour une corde de basse (corde de sol) de longueur  $L = 840 \text{ mm}$ , de rayon  $1.143 \text{ mm}$ , de masse linéique  $\mu = 6.69 \text{ g.m}^{-1}$  et accordée à  $99.2 \text{ Hz}$  (correspondant à un sol trop aigu), *i.e.* avec une tension de  $186 \text{ N}$ . Le déplacement initial maximal est de  $4 \text{ mm}$  (par rapport à la position d'équilibre, au point où la corde est tirée), et la mesure des signaux expérimentaux de la figure 2 est prise à  $15 \text{ mm}$  d'une l'extrémité de la corde.

La solution analytique utilisée est celle du modèle de H. Cabannes [1], qui considère une corde idéale et ne prend en compte que les mouvements transversaux selon l'axe des  $z$ .

Enfin, la solution numérique est obtenue *via* un schéma numérique conservatif en différences finies proposé dans [5], utilisant une formulation régularisée pour la loi de contact à l'aide d'une fonction puissance. Cette loi s'exprime alors simplement comme une force localisée telle que :  $f(x, t) = K[g - u]_+^\alpha$ , où  $u(x, t)$  représente le déplacement transversal de la corde,  $g(x)$  la forme de l'obstacle et  $[f]_+$  est la partie positive pour une fonction  $f$ . Pour les simulations, les paramètres de cette force de contact ont été fixées à  $\alpha = 1.3$  et  $K = 10^{13}$ , par analogie avec un cas présenté dans [5]. La raideur a été prise en compte. Pour cela, le produit  $EI \approx 5.3e - 4 \text{ N.m}^2$ , avec  $E$  le module d'Young de la corde et  $I$  son moment d'inertie, a été estimé à partir de l'inharmonicité observée de la corde.

## 2.2 Résultats et interprétation

### – Comparaison de résultats expérimentaux avec les solutions analytiques : allure générale et fréquence fondamentale

La position de la corde entière est présentée sur la figure 1c pour cinq temps successifs, le point vert correspondant au point observé (placé plus loin de l'extrémité qu'en réalité pour une meilleure visibilité). Ces étapes sont reportées sur la figure 2 B, et la figure 1b montre des images de la corde obtenues à la caméra rapide (18006 pps) sur le banc de mesure en présence de l'obstacle ponctuel, à des temps correspondant aux cinq étapes précédemment évoquées.

Les figures 1b et 1c nous permettent de constater que l'allure générale de la corde obtenue expérimentalement correspond bien à la théorie décrite par H. Cabannes. Toutefois, on observe que les coins sont arrondis, du fait de la raideur.

On s'intéresse maintenant à la figure 2. Celle-ci montre les premières périodes du mouvement selon l'axe des  $z$  du point observé au cours du temps, obtenues expérimentalement, analytiquement et numériquement.

Les allures des courbes sur A et B (résultats expérimentaux et analytiques, avec ou sans obstacle) sont très similaires. La fréquence fondamentale du signal expérimental sans obstacle est de  $99.2 \text{ Hz}$ , celle du signal avec obstacle est de  $132.5 \text{ Hz}$ . On observe donc un rapport  $\frac{f_{\text{sans obstacle}}}{f_{\text{avec obstacle}}} \approx \frac{3}{4}$  entre ces deux quantités, ce qui correspond à la théorie. En effet, dans le problème adimensionné de H. Cabannes, toujours sous les hypothèses décrites précédemment et avec obstacle, il a montré que la période valait  $\frac{3-h}{2}$ , où  $h$  est la hauteur de l'obstacle par rapport à la position au repos de la corde, et vaut dans notre cas 0. Sans l'obstacle et pour ce même problème adimensionné, la période du mouvement vaut 2 : on retrouve bien le même rapport entre les fréquences fondamentales.

Bien que les signaux expérimentaux et analytiques soient globalement similaires, on observe des oscillations supplémentaires dans le cas expérimental par rapport à la solution analytique, ainsi qu'un décalage progressif entre ces deux courbes.

Les conditions aux limites n'étant en réalité pas parfaitement fixes, ceci peut impliquer un léger déphasage, et donc un décalage. Les autres effets non présents dans la solution analytique sont l'objet de la partie suivante.

### – Comparaison des résultats expérimentaux avec les solutions analytiques et numériques : rôle de la raideur

La solution analytique de H. Cabannes a plus ou moins la forme d'un créneau et ne présente pas les petites oscillations supplémentaires observées sur le signal expérimental, ni le creux qui apparaît périodiquement en présence de l'obstacle, indiqué par une flèche sur le graphique B de la figure 2.

En effet, d'une part, la raideur de la corde fait apparaître des précurseurs liés au caractère dispersif de celle-ci [12]. Ceci est donc probablement à l'origine des petites vibrations croissantes précédant les variations brutales de position. Les précurseurs sont visibles dès la première période car la distance entre le point d'excitation et le point de mesure est suffisamment grande pour cela [10]. De plus, en présence de l'obstacle et au niveau des flèches, *i.e.* lorsque la corde est la plus haute, on observe un creux sur le signal expérimental qui est absent de la solution analytique. Ce phénomène pourrait être dû à l'arrondissement des coins qui se propagent, la présence d'un obstacle en engendrant de nouveaux lorsque la corde le rencontre. Etant donnée la géométrie particulière du problème, un coin arrondi se trouverait à chaque extrémité lorsque la corde est à sa position la plus haute.

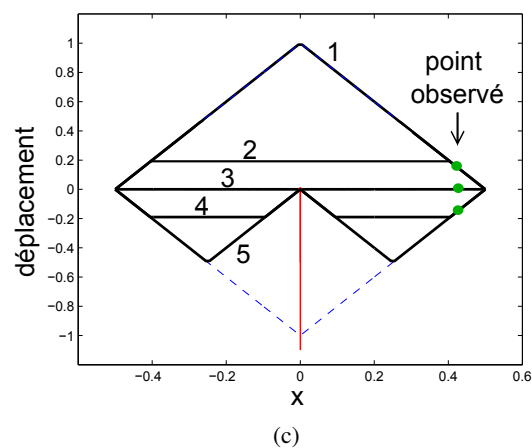
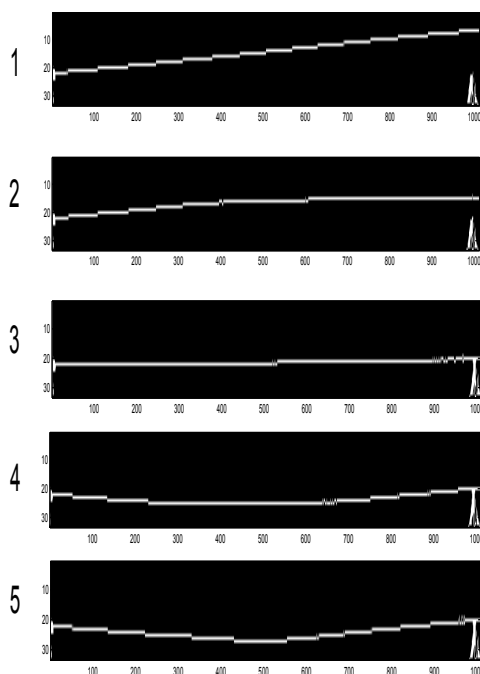
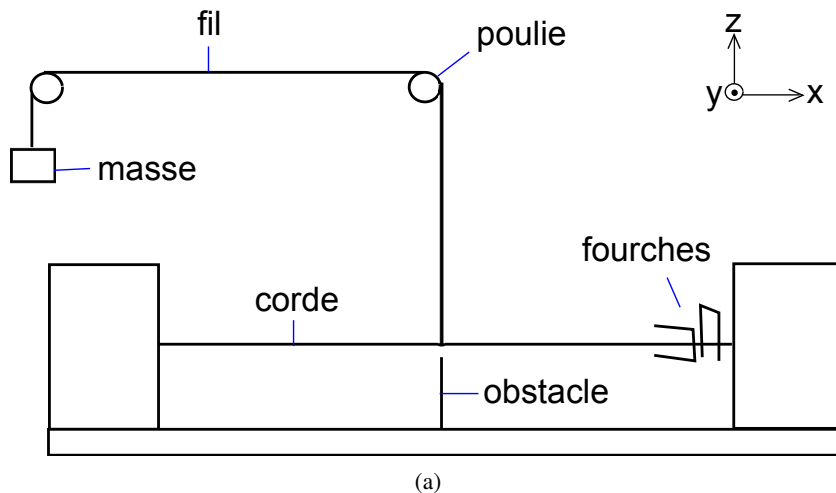


FIGURE 1 – (a) Schéma du dispositif mis en place pour l'expérience sur banc de corde. (b) Images obtenues à l'aide d'une caméra rapide de la corde vibrante en présence de l'obstacle ponctuel, moitié gauche de la corde après traitement des images. (c) Cinq étapes du mouvement théorique d'une corde idéale (en adimensionné), obtenues d'après la solution décrite par H. Cabannes [1].

La courbe C présente le résultat obtenu numériquement, à l'aide d'un schéma conservatif (cf [5]) dans lequel seule la raideur de la corde est incluse (pas de pertes). L'obstacle est toujours le même. On retrouve la forme générale du signal expérimental, ainsi que la dispersion et les creux, indiqués ici aussi par des flèches. Ce résultat tend à confirmer le rôle de la raideur dans les phénomènes observés, *via* la dispersion et l'arrondissement des coins qu'elle implique. A noter que, en prenant en compte des pertes (avec le schéma présenté dans [5]) sans prendre en compte la raideur, les creux apparaissent encore tandis que les précurseurs disparaissent. Ceci nous conforte dans l'idée que les creux ont pour cause l'arrondissement du coin, pouvant être provoqué par des pertes ou par la raideur.

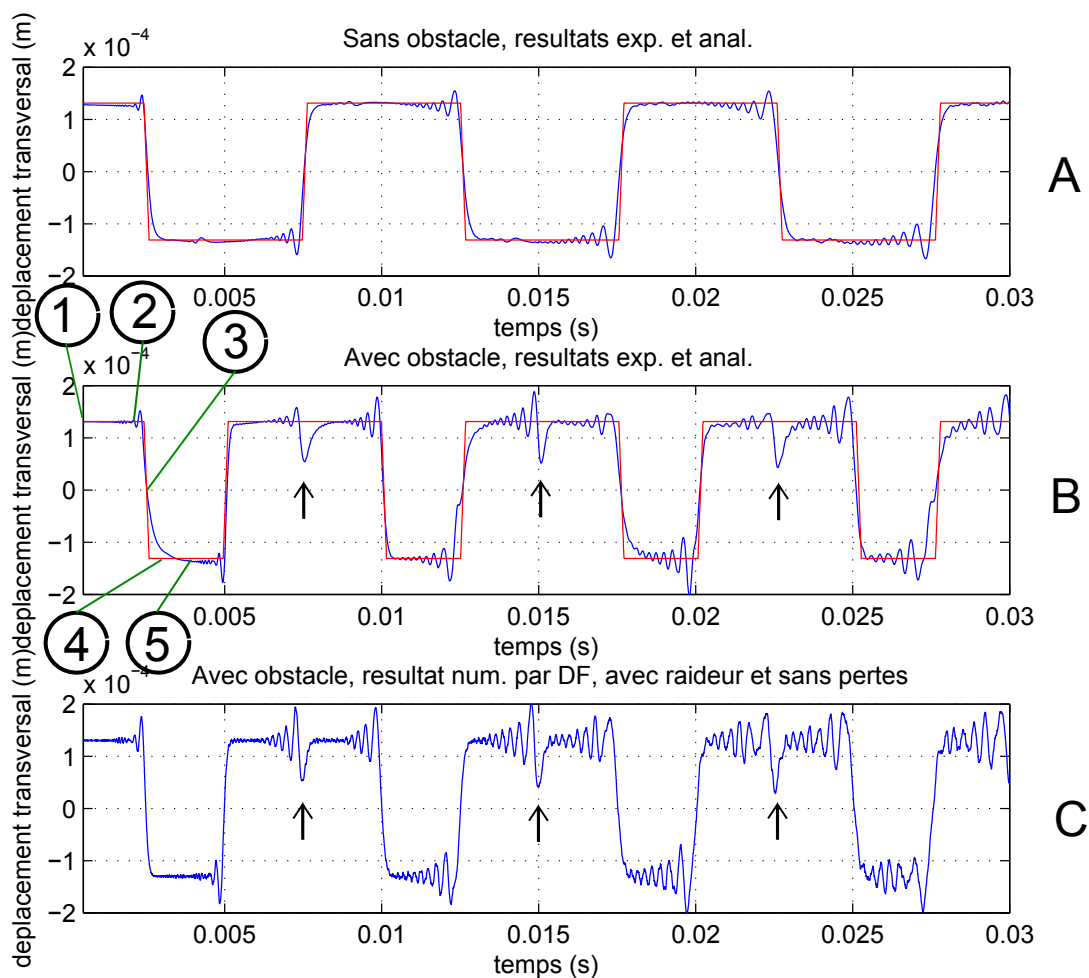


FIGURE 2 – En haut (A) : comparaison de la solution analytique et d'un résultat expérimental (mouvement en un point de la corde), sans obstacle. En rouge, la solution analytique ; en bleu, la mesure expérimentale. Au milieu (B) : *idem*, avec un obstacle ponctuel au milieu de la corde, affleurant la position au repos de la corde. En bas (C) : solution obtenue avec le schéma numérique conservatif proposé par S. Bilbao dans [5], pour le même obstacle.

On notera finalement que les déplacements selon l'axe des  $y$  ne sont pas négligeables, et mériteraient par la suite une étude plus approfondie.

### 3 Perspectives

Afin de poursuivre cette étude, on peut utiliser d'autres types d'obstacles sur le banc de corde, et effectuer une étude paramétrique du système. La polarisation de la corde peut également être étudiée plus en détail. Par ailleurs, nous nous intéressons particulièrement aux modèles numériques car ils permettent de prendre en compte divers aspects tels que la raideur et des pertes, aspects non inclus dans la solution analytique de H. Cabannes. Il est donc particulièrement enrichissant de confronter ces modèles aux mesures expérimentales, afin de mieux comprendre les phénomènes observés. En différences finies, la simulation numérique d'une corde vibrante en présence d'un obstacle de forme quelconque a été effectuée par S. Bilbao dans [5], qui a pour cela utilisé un schéma conservatif comme nous l'avons déjà

mentionné. Pertes et raideur peuvent être prises en compte. Nous étudions actuellement les possibilités de modélisation numérique *via* une méthode modale, qui présenterait l'avantage de pouvoir ajuster l'amortissement de chaque mode indépendamment.

## Références

- [1] H. Cabannes. Mouvements presque-périodiques d'une corde vibrante en présence d'un obstacle fixe, rectiligne ou ponctuel. *Int. J. Non-linear Mechanics*, 16(5/6), 449–458, 1981.
- [2] M. Schatzman. A hyperbolic problem of second order with unilateral constraints : The vibrating string with a concave obstacle. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 73, 138–191, 1980.
- [3] R. Burrige, J. Kappraff, and C. Morshedi. The sitar string, a vibrating string with a one-sided inelastic constraint. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 42(6), 1231–1251, 1982.
- [4] A. Alsahlani and R. Mukherjee. Vibration of a string wrapping and unwrapping around an obstacle. *Journal of Sound and Vibration*, 329, 2707–2715, 2010.
- [5] S. Bilbao, A. Torin, and V. Chatziioannou. Numerical modeling of collisions in musical instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 101, 155–173, 2015.
- [6] D. Kartofelev, A. Stulov, H.-M. Lehtonen, and V. Välimäki. Modeling a vibrating string terminated against a bridge with arbitrary geometry. *Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference*, 2013.
- [7] M. Frontini and L. Gotusso. Numerical study of the motion of a string vibrating against an obstacle by physical discretization. *Appl. Math. Modelling*, 14, 489–494 1990.
- [8] V.K. Astashev and V.L. Krupenin. Experimental investigation of vibrations of strings interaction with point obstacles. *Doklady Physics*, 46(7), 522–525, 2001.
- [9] T. Taguti and Y. Tohnai. Acoustical analysis on the *sawari* tone of chikuzen biwa. *Acoust. Sci. & Tech*, 22(3), 199–207, 2001.
- [10] C. Valette and C. Cuesta. *Mécanique de la corde vibrante*. Hermès, 1993.
- [11] J.L. Le Carrou, D. Chadefaux, L. Seydoux, and B. Fabre. A low-cost high-precision measurement method of string motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333, 3881–3888, 2014.
- [12] A. Chaigne and J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*, seconde édition. Belin, 2013. ISBN 978-2-7011-8280-3.
- [13] A. Paté. *Lutherie de la guitare électrique solid body : aspects mécaniques et perceptifs*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2014.