

Approche énergétique et méthode de tir pour la détermination des vibrations auto-entretenues d'un système à trois degrés de liberté en contact frottant

L. Charroyer^{1,2,3}, O. Chiello^{1,3}, J.-J. Sinou^{1,2,4}

¹ Centre Lyonnais d'Acoustique – ² ECL/LTDS – ³ IFSTTAR/LAE – ⁴ Institut Universitaire de France

GDR 2016 – Palaiseau, le 11 octobre 2016



Sommaire

- Introduction
- Formulation du problème et stabilité
- Résolution numérique temporelle
 - Intégrateur temporel
 - Gestion contact frottant
 - Résolution
 - Résultats
- Méthode de tir
 - Démarche
 - Estimation énergétique
- Résultats
- Conclusion



Introduction

□ Hypothèses

- Instabilités par couplage de modes
- Saturation non linéaire par décollements ou adhérences

□ Objectifs

- Estimer le niveau vibratoire généré par une instabilité
- Proposer une technique numérique efficace

□ Méthodologies existantes

- Intégration temporelle
 - Régime transitoire (coûteux en temps de calcul)
 - Régime stationnaire
- Technique de balance harmonique sous contraintes

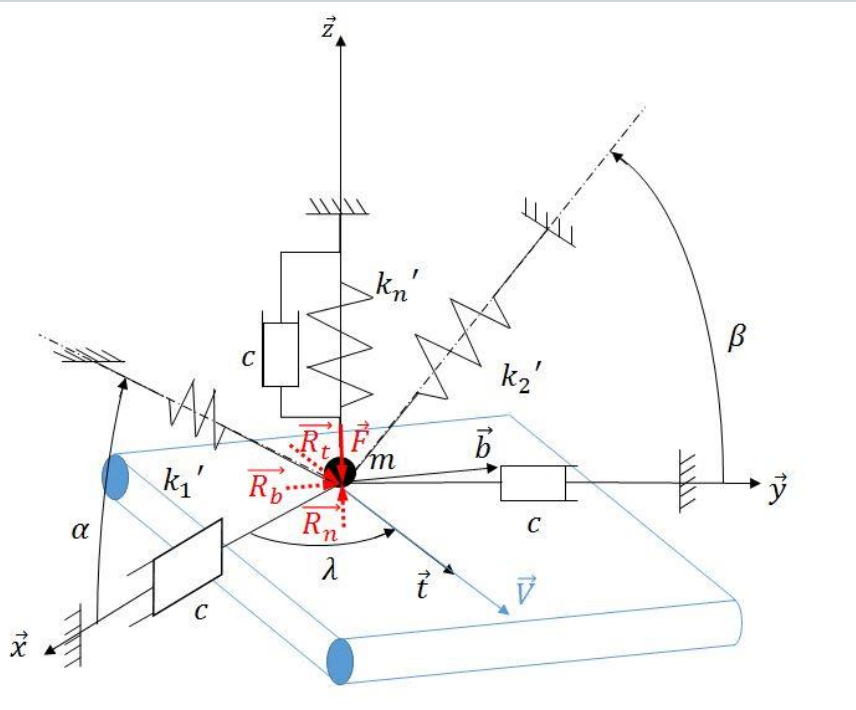
□ Proposition

- Test méthode de tir pour estimer le régime stationnaire
- Estimation énergétique adaptée pour l'initialisation



Formulation du problème et stabilité

□ Modèle canonique



□ Dynamique du système

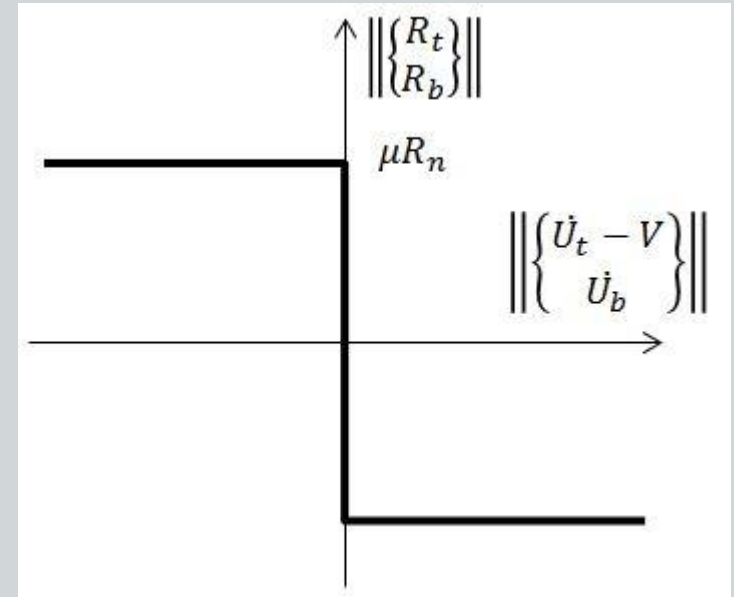
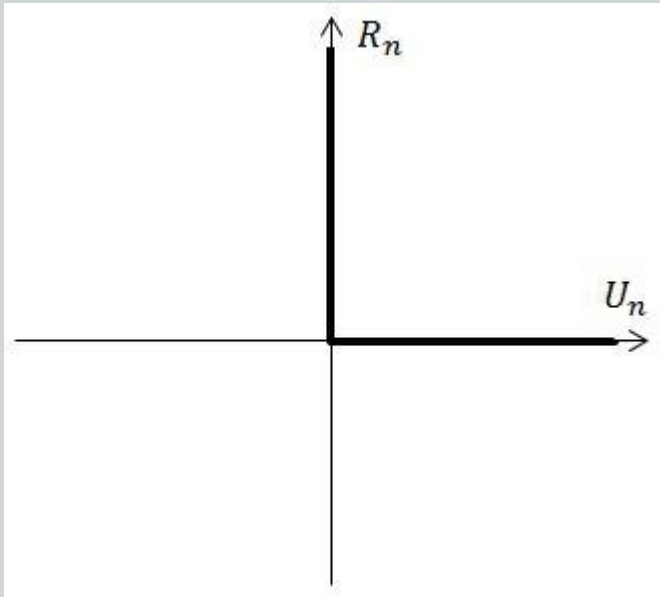
$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R + F$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & k_1 \tan \alpha \\ 0 & k_2 & k_2 \tan \beta \\ k_1 \tan \alpha & k_2 \tan \beta & k_n \end{bmatrix}$$



Formulation du problème et stabilité

- Loi de contact frottant
 - Contact unilatéral, loi de Coulomb, μ constant

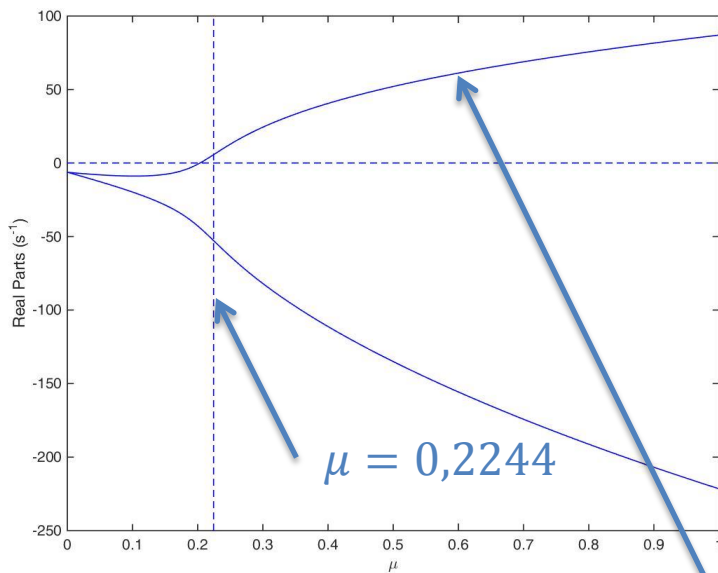


$$R_n = \text{proj}_{\mathbb{R}^+}(R_n - \rho_n U_n)$$

$$\begin{pmatrix} R_t \\ R_b \end{pmatrix} = \text{proj}_{D(\mu R_n)} \left(\begin{pmatrix} R_t \\ R_b \end{pmatrix} - \rho_t \begin{pmatrix} \dot{U}_t - V \\ \dot{U}_b \end{pmatrix} \right)$$



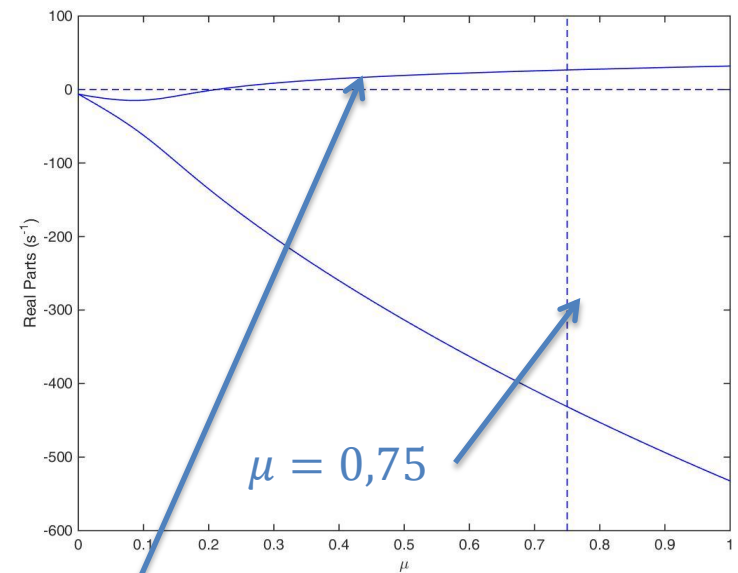
Formulation du problème et stabilité



$$V = 3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$T = 0,0109 \text{ s}$$

Mode instable



$$V = 0,75 \text{ m.s}^{-1}$$

$$T = 0,0107 \text{ s}$$



Résolution numérique temporelle

□ Intégrateur temporel

- θ -méthode

$$U^{i+1} = U^i + h(\theta \dot{U}^{i+1} + (1 - \theta) \dot{U}^i)$$

- Schéma implicite
- Schéma du premier ordre
- Schéma stable et conservatif pour $\theta = 0,5$



Résolution numérique temporelle

□ Gestion du contact frottant

- Choc inélastique non respecté :

$$\dot{U}_n^{i+1} = \frac{1}{h\theta} (U_n^{i+1} - U_n^i) + \frac{1-\theta}{\theta} \dot{U}_n^i$$

- Modification : $\widetilde{U}_n^{i+1} = U_n^{i+1} + h(1-\theta)\dot{U}_n^{i+1}$

$$\widetilde{U}_n^{i+1} = \widetilde{U}_n^i + h \dot{U}_n^{i+1}$$

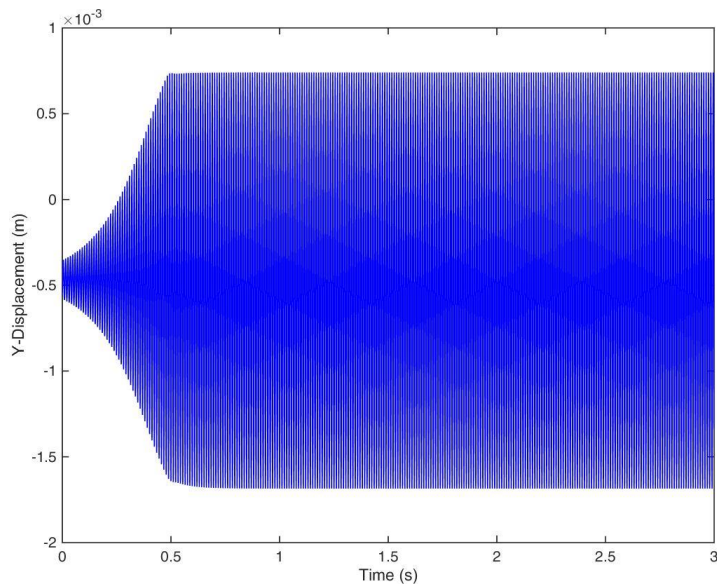
□ Résolution

- Point fixe sur les réactions
- Détermination du vecteur vitesse
- Mise à jour des déplacements

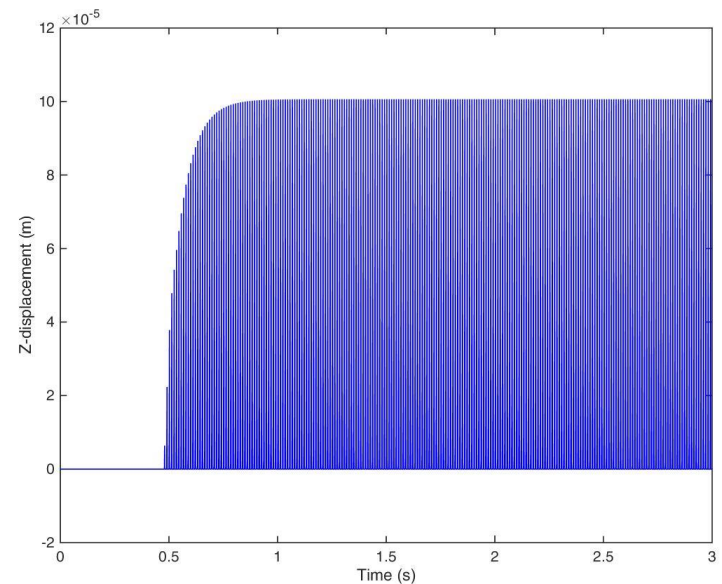


Résolution numérique temporelle

- Résultats : méthode adaptée aux vibrations auto-entretenues avec chocs et frottement



Déplacement tangentiel



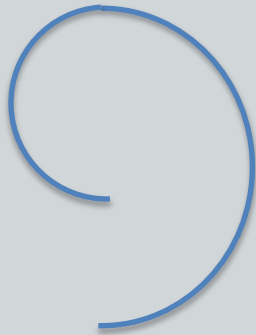
Déplacement normal



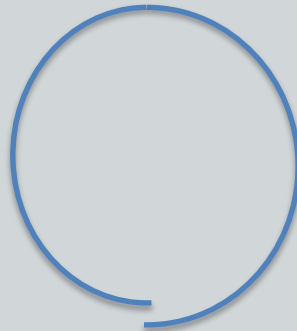
Méthode de Tir

- Objectif: estimer directement le régime stationnaire

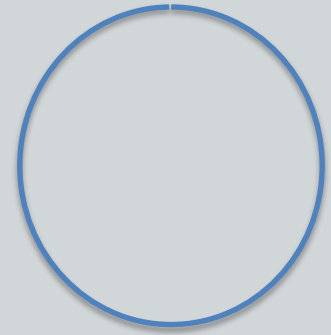
$$Z_0^1, T^1$$



$$Z_0^i, T^i$$



$$Z_0^N, T^N$$



Méthode de Tir

□ Démarche

- Passage en variable d'état : $\mathbf{Z} = \{U \quad \dot{U}\}^T \quad \dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{G}(\mathbf{Z})$

- Condition de périodicité : $\mathbf{H}(\mathbf{Z}_0, T) = \mathbf{Z}(\mathbf{Z}_0, T) - \mathbf{Z}_0$

- Algorithme de Newton-Raphson (local) :

$$\mathbf{H}^i + \left. \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}_0} \right|_{\mathbf{Z}_0^i, T^i} \Delta \mathbf{Z}_0^i + \left. \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right|_{\mathbf{Z}_0^i, T^i} \Delta T^i + HOT = 0$$



La période T est une inconnue du problème

- Critères d'arrêt : $\frac{\|\mathbf{H}\|}{\|\mathbf{Z}_0\|} < \epsilon_1 \quad \frac{\Delta T}{T} < \epsilon_2$



Méthode de Tir

□ Initialisation du calcul par estimation énergétique

- Recherche de solution périodique basée sur le mode instable :

$$U(t) = q\mathcal{R}(\Phi e^{i\mathcal{J}(\lambda)t}) \quad \dot{U}(t) = q\mathcal{R}(i\mathcal{J}(\lambda)\Phi e^{i\mathcal{J}(\lambda)t})$$

- Saturation non linéaire des réactions de contact.
- Bilan de puissance instantané :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + P_c = P_R + P_F$$

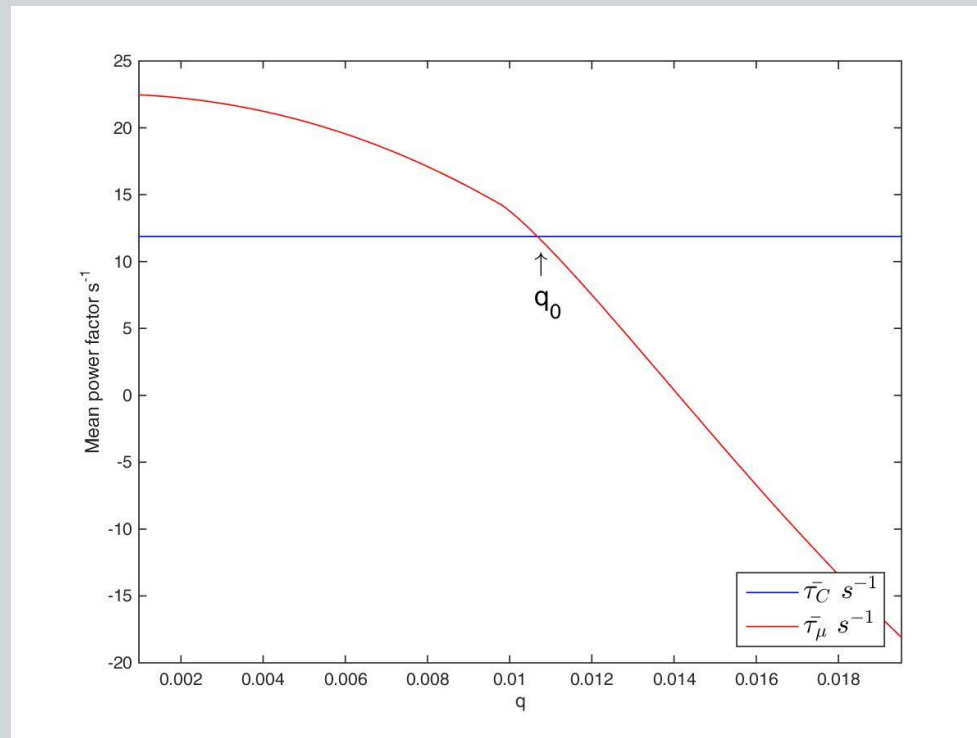
- Recherche de l'amplitude approchant le cycle limite :

$$\bar{\tau}_c = \bar{\tau}_R(q)$$



Méthode de Tir

□ Initialisation du calcul par estimation énergétique (suite)



■ Initialisation méthode de tir :

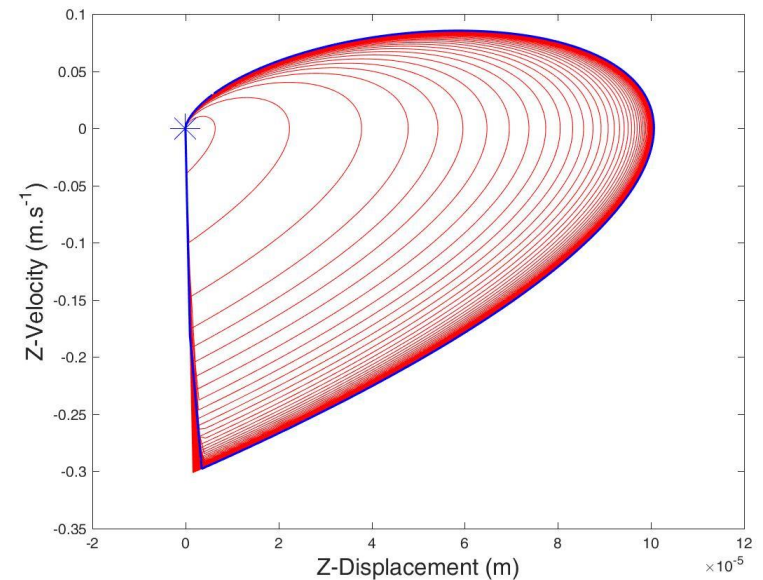
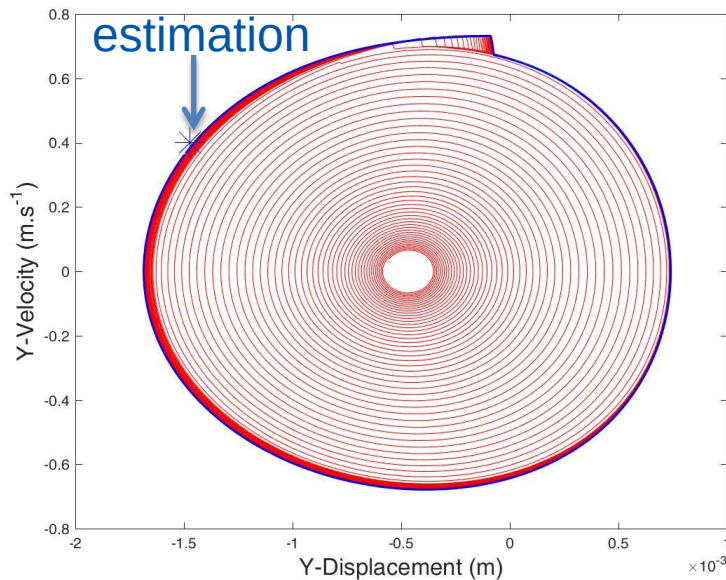
$$\mathbf{Z}_0^0 = \begin{cases} q_0 \mathcal{R}(\Phi) + \mathbf{U}_0 \\ q_0 \mathcal{R}(i\mathcal{J}(\lambda)\Phi) \end{cases}$$

$$T^0 = 2\pi/\mathcal{J}(\lambda)$$



Résultats

□ Cas 1 : cycles limites de décollement/glissement

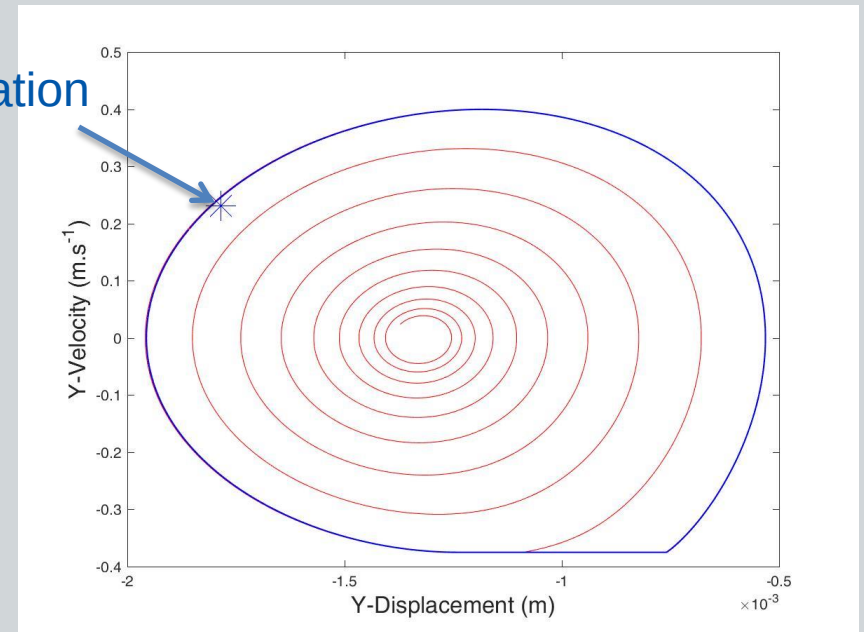
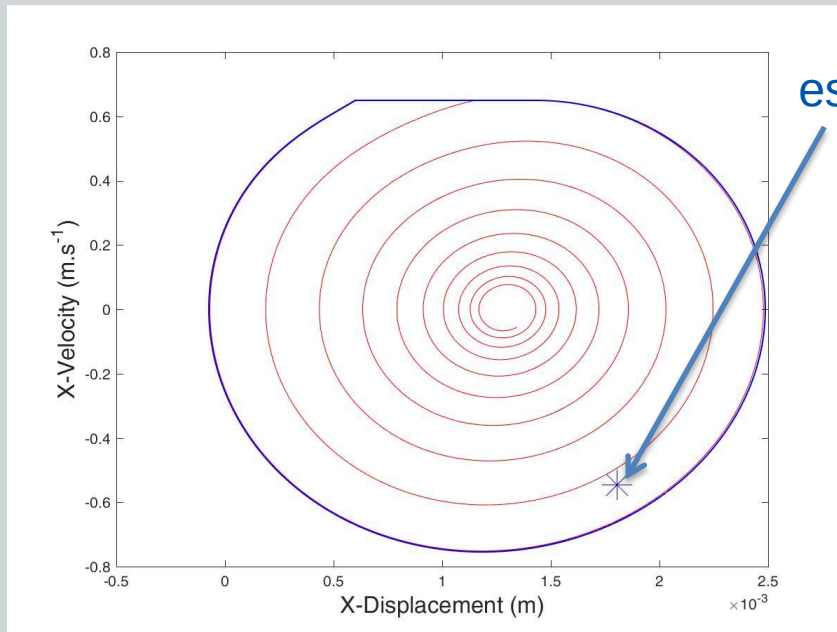


Convergence 3 itérations à partir estimation



Résultats

□ Cas 2 : cycles limites de adhérence/glissement



Convergence 3 itérations à partir estimation



Conclusion

- Proposition d'une estimation des cycles limites
- Adaptation de la méthode de tir à un système soumis à des vibrations auto-entretenues
 - Ajout de la période dans les inconnues du problème
 - Méthode énergétique pour initier la méthode de tir
- Très bonne estimation des cycles limites
 - Décollement/glissement
 - Adhérence/glissement

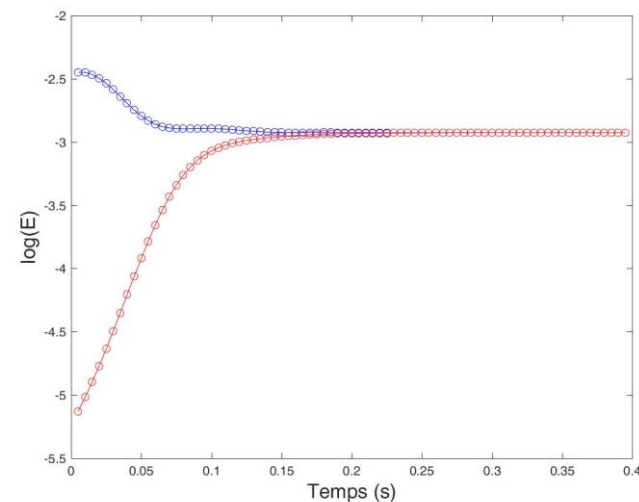
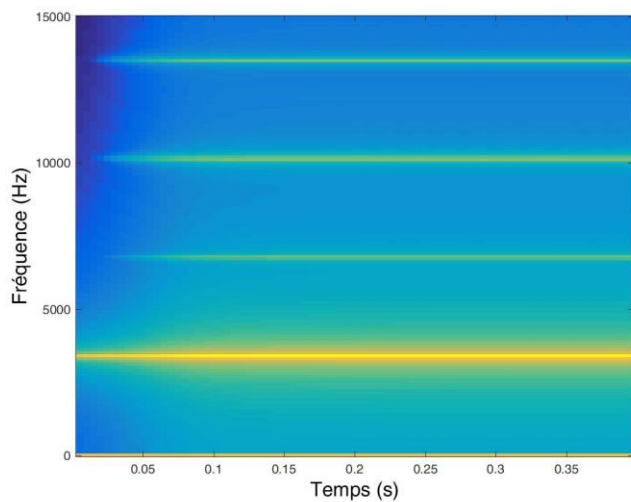
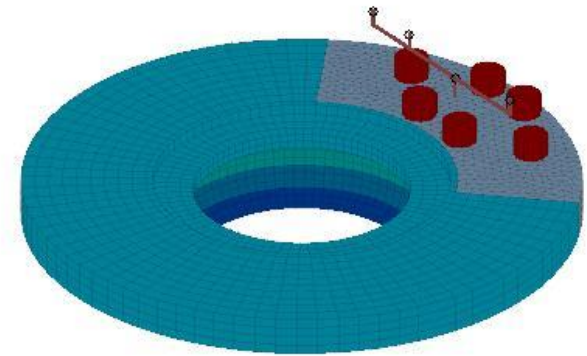


Perspectives : modèle FEM de frein

Estimation énergétique

Méthode de tir

Réduction



Merci de votre attention

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre d'une thèse financée par le Labex



IFSTTAR/LAE

Centre de Bron
Cité des mobilités
25 avenue F. Mitterrand, case 24
69675 Bron cedex
Tél. +33 (0)4 72 14 24 09

ECL/LTDS

LTDS UMR 5513 / ECL
Ecole Centrale de Lyon
36 avenue Guy de Collongue
F-69134 Ecully cedex
Tél. +33 (0)4 72 18 62 93

IUF

75005 Paris

lucien.charroyer@doctorant.ec-lyon.fr



Méthode de Tir

□ Démarche (suite)

- Détermination de la phase : $G(Z(Z_0, T))\Delta Z_0 = 0$

- Système matriciel :

$$\begin{bmatrix} \left. \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \right|_{Z_0^{i,T^i}} & -I & G(Z(Z_0, T)) \\ G(Z(Z_0, T))^T & & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta Z_0 \\ \Delta T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Z_0 - Z(Z_0, T) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Critères d'arrêt : $\frac{\|H\|}{\|Z_0\|} < \epsilon_1$ $\frac{\Delta T}{T} < \epsilon_2$

