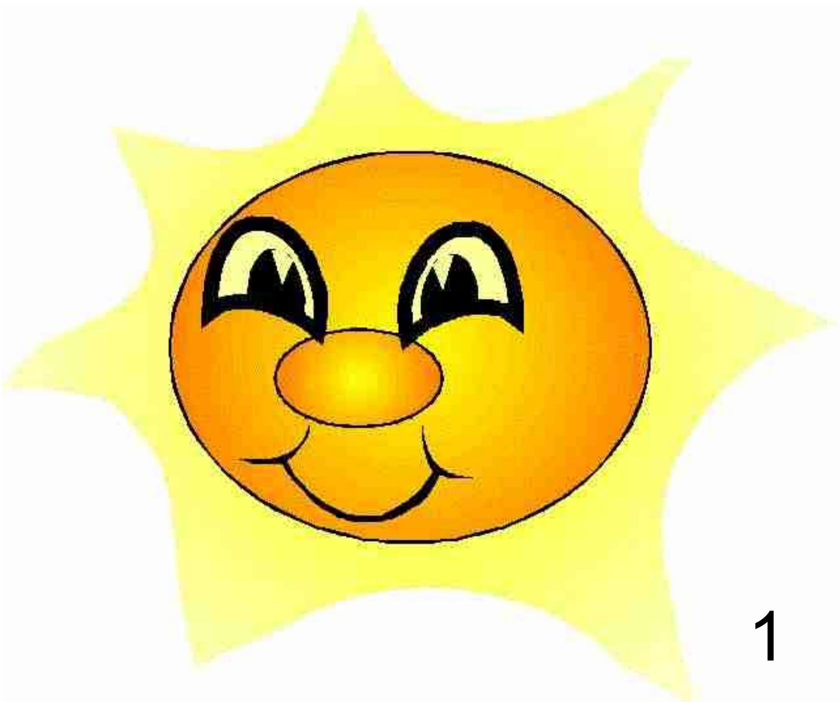



Mesure de la distance entre une ville en France et une ville au Gabon

Sommaire



Introduction

L'expérience que tu vas réaliser avec ta classe a été mise en oeuvre pour la première fois il y a déjà plus de 2200 ans, par celui que l'on peut considérer comme l'un des tous premiers astrophysiciens : Eratosthène de Cyrène .

Mais tout d'abord, qu'est ce qu'un astrophysicien? Un astrophysicien, c'est une personne qui cherche à étudier de manière physique les planètes (comme la terre), les étoiles (sorte de grosse planète qui chauffe et qui émet de la lumière), les systèmes solaires (réunion d'une étoile et de planètes qui tournent autour d'elle), les galaxies (réunion de plusieurs centaines de milliards de systèmes solaires)...
L'astrophysique est une discipline immensément vaste, où de nouvelles découvertes sont faites régulièrement, mais aussi où de nombreuses énigmes restent sans réponse.

Introduction

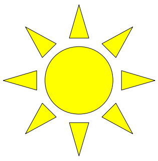
Mais pour l'heure, nous allons nous intéresser à la méthode d'Eratosthène, qui permet de déterminer la distance entre deux villes, avec la seule aide de deux bouts de bois! A la fin de cette expérience, tu seras toi aussi un apprenti astrophysicien, puisque tu auras compris quels phénomènes interviennent dans l'expérience d'Erathostène, et tu seras capable de reproduire l'expérience pour en déduire la distance entre deux villes du globe!

Introduction

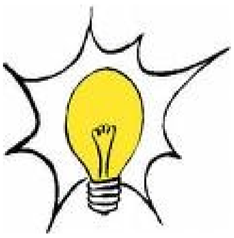
Cette expérience est censée prendre un certain temps. Aussi, il est important que tu n'en fasses qu'une petite partie à la fois (lis un petit bout chaque semaine), plutôt que d'essayer de tout (mal) faire et lire d'un coup. Une heure toutes les semaines pendant un petit mois devrait largement suffire pour que tu comprennes bien tout ce qui est raconté dans ces pages!

Il est d'autant plus important que tu mènes cette expérience sérieusement, car une autre classe fait la même chose que toi à l'autre bout du monde, et ils seraient vraiment déçus que tout rate! Alors travaille peu, mais travaille bien!

I) But de l'expérience



Le but de cette activité est de te faire calculer la distance entre deux villes (une située en France et la deuxième au Gabon).
Eratosthène (au IIIè siècle avant J.C. !!!!) avait calculé la circonférence (périmètre du cercle) de la Terre et en avait déduit son rayon. Il a effectué ce calcul grâce à la distance entre Syenes et Alexandrie qu'il connaissait.



En utilisant la même méthode tu pourras calculer la distance entre deux villes grâce à la connaissance du rayon de la terre et à la mesure de la longueur d'une ombre.

Mais tout d'abord examinons le travail d'Erathostène.

II) Un peu d'histoire

Eratosthène de Cyrène était un astrophysicien, mais également un mathématicien, un géographe et un philosophe! Il a vécu au III ème siècle avant Jésus Christ. Il dirigeait la bibliothèque d'Alexandrie (la plus grande bibliothèque du monde à l'époque, elle a malheureusement été détruite depuis, dans des circonstances plus ou moins mystérieuses...).

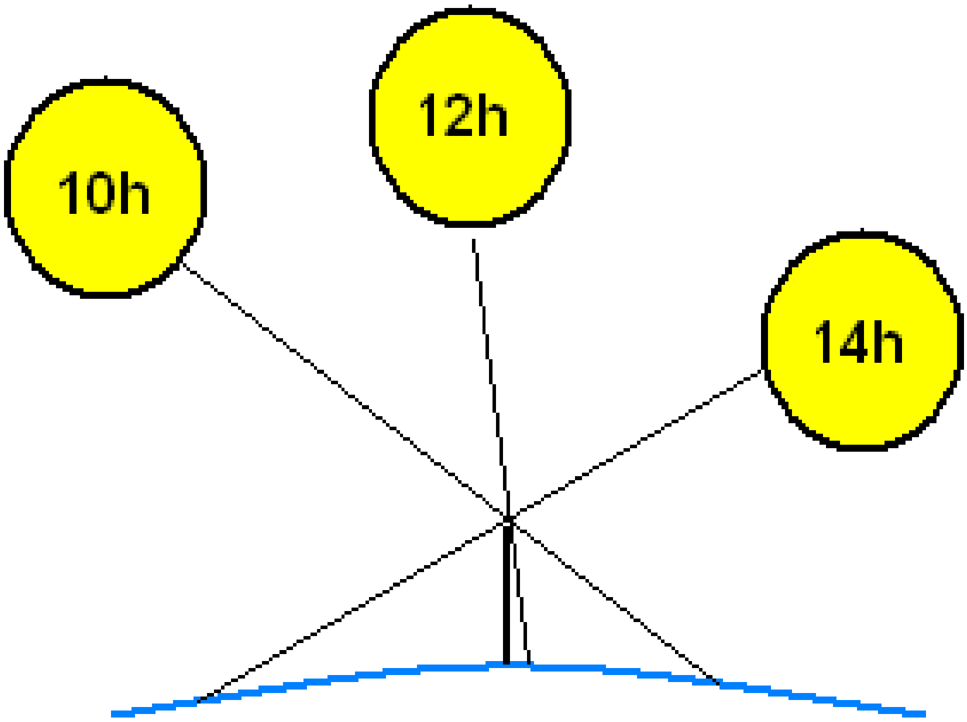
Outre de nombreux apports en mathématiques (notamment une méthode de détermination rapide des nombres premiers, appelé crible d'Eratosthène) et dans d'autres domaines, il a réussi à calculer le rayon de la terre d'une manière vraiment très astucieuse!

II) Un peu d'histoire

L'expérience historique : Eratosthène s'était depuis longtemps intéressé à l'ombre de différents objets, et il s'était fait la remarque suivante : la longueur de l'ombre varie suivant l'heure de la journée!

Cela te paraît évident aujourd'hui (serais tu d'ailleurs capable de l'expliquer simplement?), mais à l'époque, c'était un phénomène assez intrigant! Et chose plus étonnante encore, Eratosthène observe l'ombre d'objets identiques à différents lieux : et ce n'est pas la même!

II) Un peu d'histoire



les ombres du bâton sont différentes suivant l'heure qu'il est!

La terre tournant sur elle même, le soleil change de position dans le ciel au cours de la journée (c'est d'ailleurs pour cela que les jours et les nuits existent!), et l'ombre du bâton change donc au cours du temps!

II) Un peu d'histoire

Eratosthène fait alors une mesure de manière précise, à Alexandrie et à Syène (aujourd'hui Assouan, Égypte), et pas de doute, les ombres de deux objets identiques à la même heure de la journée sont différentes en ces lieux! Eratosthène se creuse alors la tête, et deux idées se dégagent.

Soit le soleil est proche de la Terre, et ses rayons n'arrive pas de façons parallèles. Dans ce cas que la Terre soit plate (et oui c'était encore une idée répandue à l'époque) ou ronde, les objets placés à des endroits différents n'ont pas la même ombre.

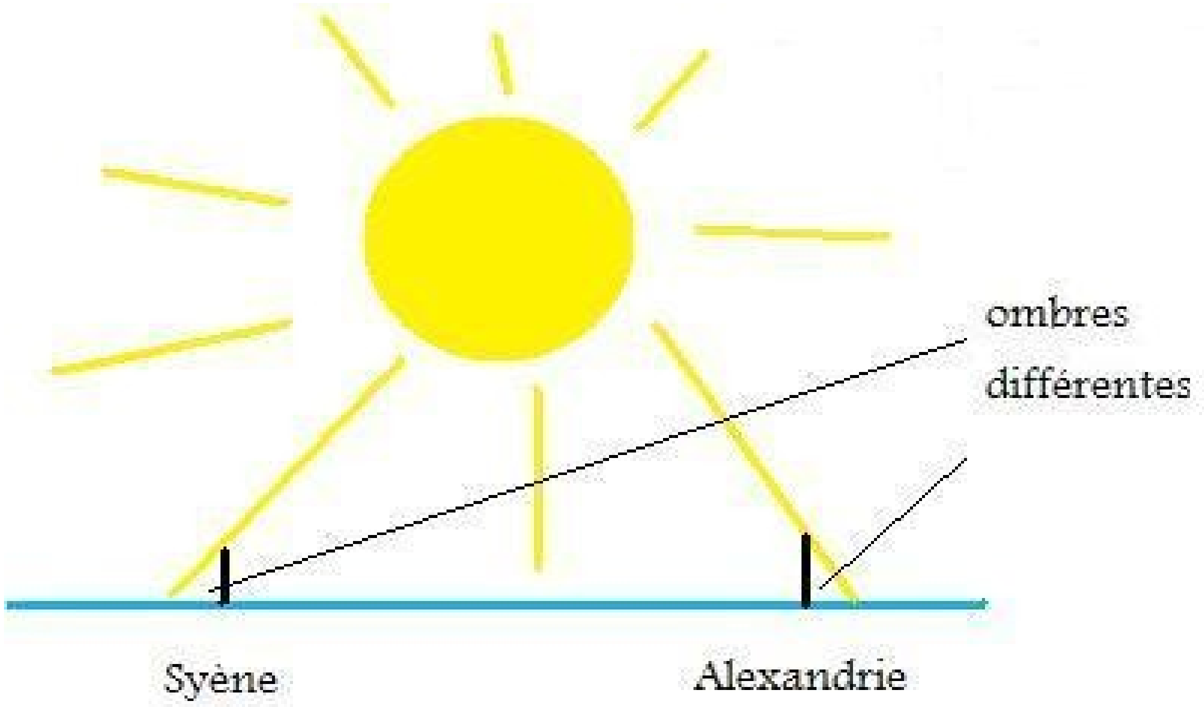


Schéma 1 : la terre est plate

II) Un peu d'histoire

Soit le soleil est éloigné, et ses rayons arrivent de manière parralèles. Dans ce cas seul une Terre ronde peut expliquer la différence d'ombre. Le fait que le soleil se trouvait loin était déjà acquis à cette époque (cela avait été montré par Aristarque). Eratosthène en conclut alors que la Terre était ronde.

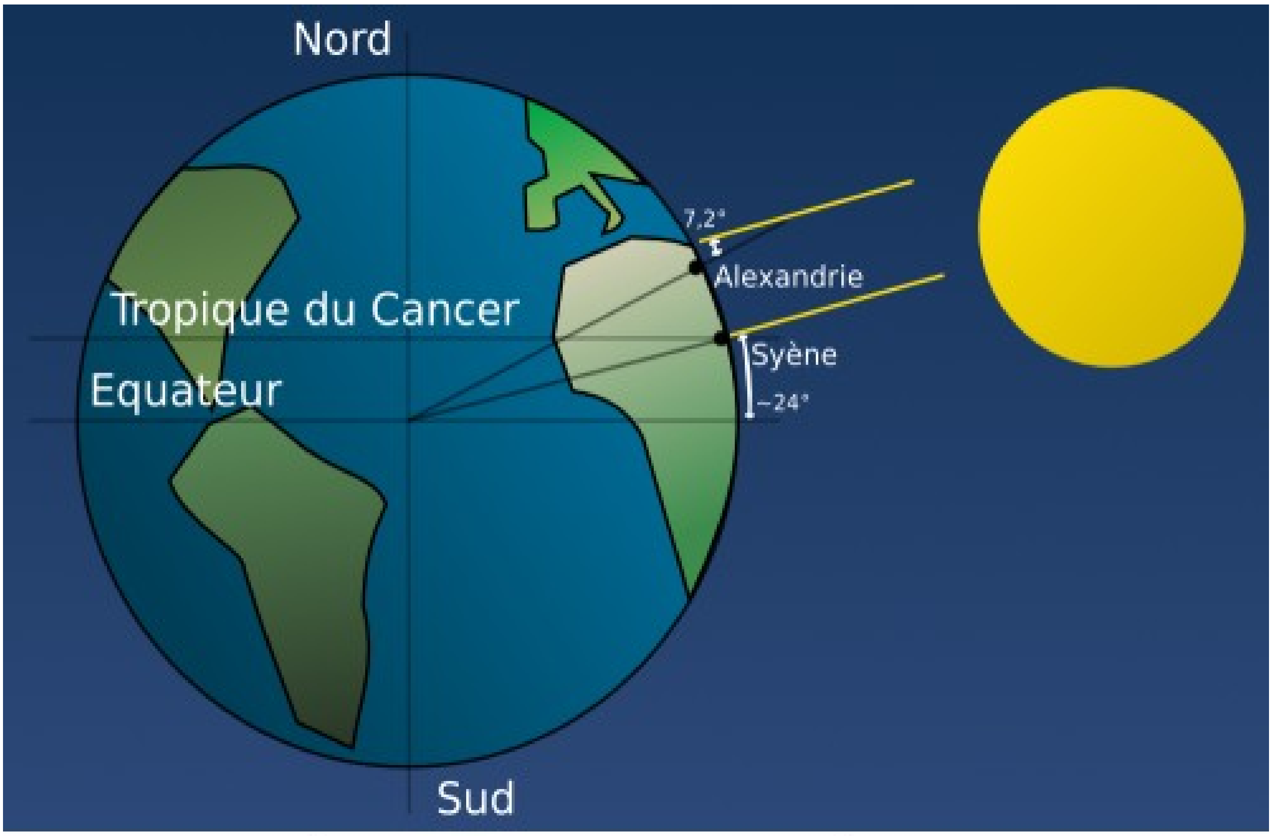
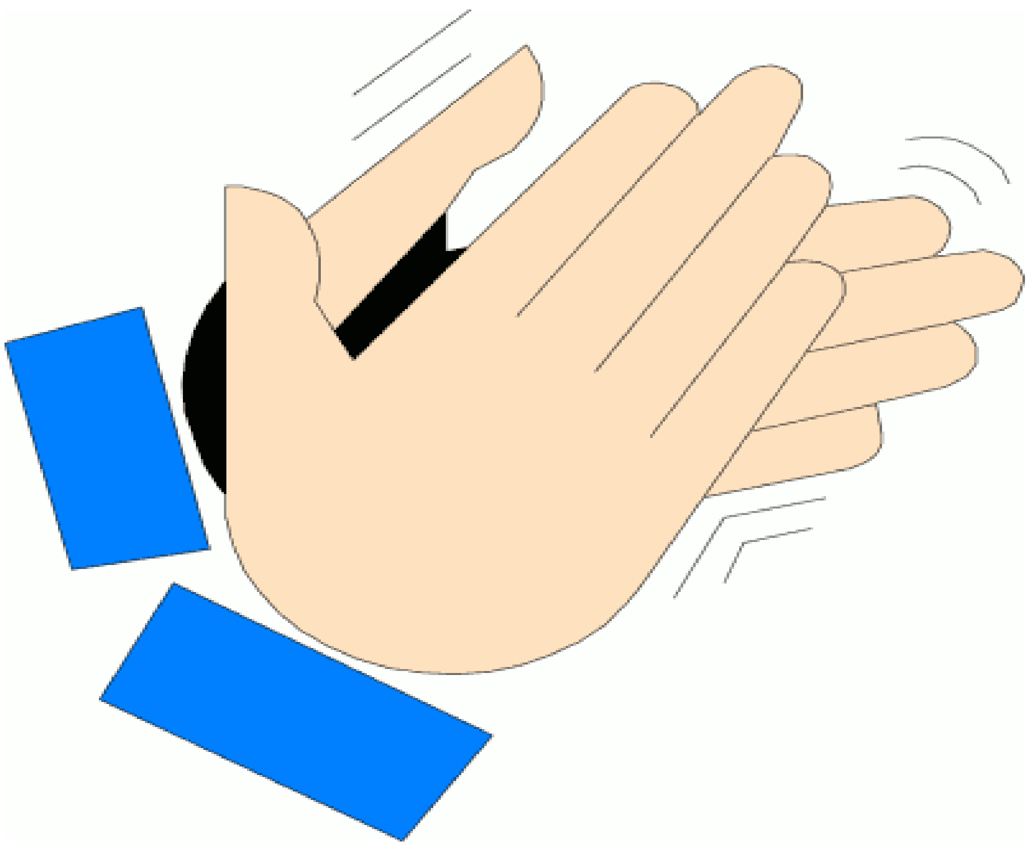


Schéma 2 : la terre est ronde

II) Un peu d'histoire

Eratosthène calcula ensuite, avec une grande précision pour l'époque, la distance entre les deux villes (à l'aide de caravanes marchandes faisant l'aller retour entre les deux villes). Et grâce à cela, il en déduisit le rayon de la terre! Pour cela il se servit de quelques propriétés élémentaires des angles (celles-la même que tu vas voir dans la suite!). Et il trouva une valeur vraiment époustouflante pour l'époque : 6270 kilomètres! Sachant que le rayon exact de la terre est 6378 kilomètres, il n'était vraiment pas loin!



III)Déroulement de l'expérience

<u>Matériel nécessaire:</u>

- un objet de taille fixe dont on puisse mesurer facilement sa hauteur. (un bâton, un toboggan, un petit lampadère...)

- un mètre.

- un cahier pour noter tes mesures.

Entre 11h et 13h à l'heure solaire, pendant les mois de janvier, février ou de juin, mesure régulièrement et le plus précisément possible la taille de l'ombre. À chaque fois note ta mesure. (pour effectuer ta mesure, tu peux aussi utiliser du papier millimétré, tu n'en seras que plus précis!)

<u>Heure Solaire:</u>

Pour obtenir l'heure solaire:

1/ en France: il faut retirer 2 heures en été et 1 heure en hiver à ta montre.

2/ au Gabon: il faut retirer 1 heure à ta montre.

III)Déroulement de l'expérience

Plus le soleil est haut dans le ciel, plus son ombre est petite. Le soleil est le plus haut dans le ciel au midi solaire. On peut déterminer la taille minimale de l'ombre du bâton de manière simple, Alors qu'il est impossible de déterminer sa taille maximale. Tu peux t'en convaincre facilement dans une pièce sombre, muni d'une lampe de poche et d'un crayon. Tu trouvera, en éclairant le crayon, un minimum de l'ombre. Le maximum sera par contre très flou.
L'expérience de la partie Aller plus loin (p28) te permettra également de bien comprendre le phénomène « d'ombre » du soleil, et que ce phénomène varie au cours des saisons.

Notons P la taille de la plus petite ombre et T la taille du bâton.

<u>1/ Calcule le rapport P/T</u>

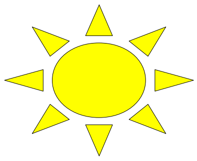
<u>2/ Détermine l'angle θ correspondant</u>

Utilise la table de conversion fournie avec la feuille de résultat (p17)

Lorsque tu reçois la mesure de l'autre classe, effectue l'opération suivante:

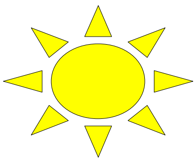
Notons β l'angle obtenu par la classe en France
Notons γ l'angle obtenu par la classe au Gabon

III)Déroulement de l'expérience

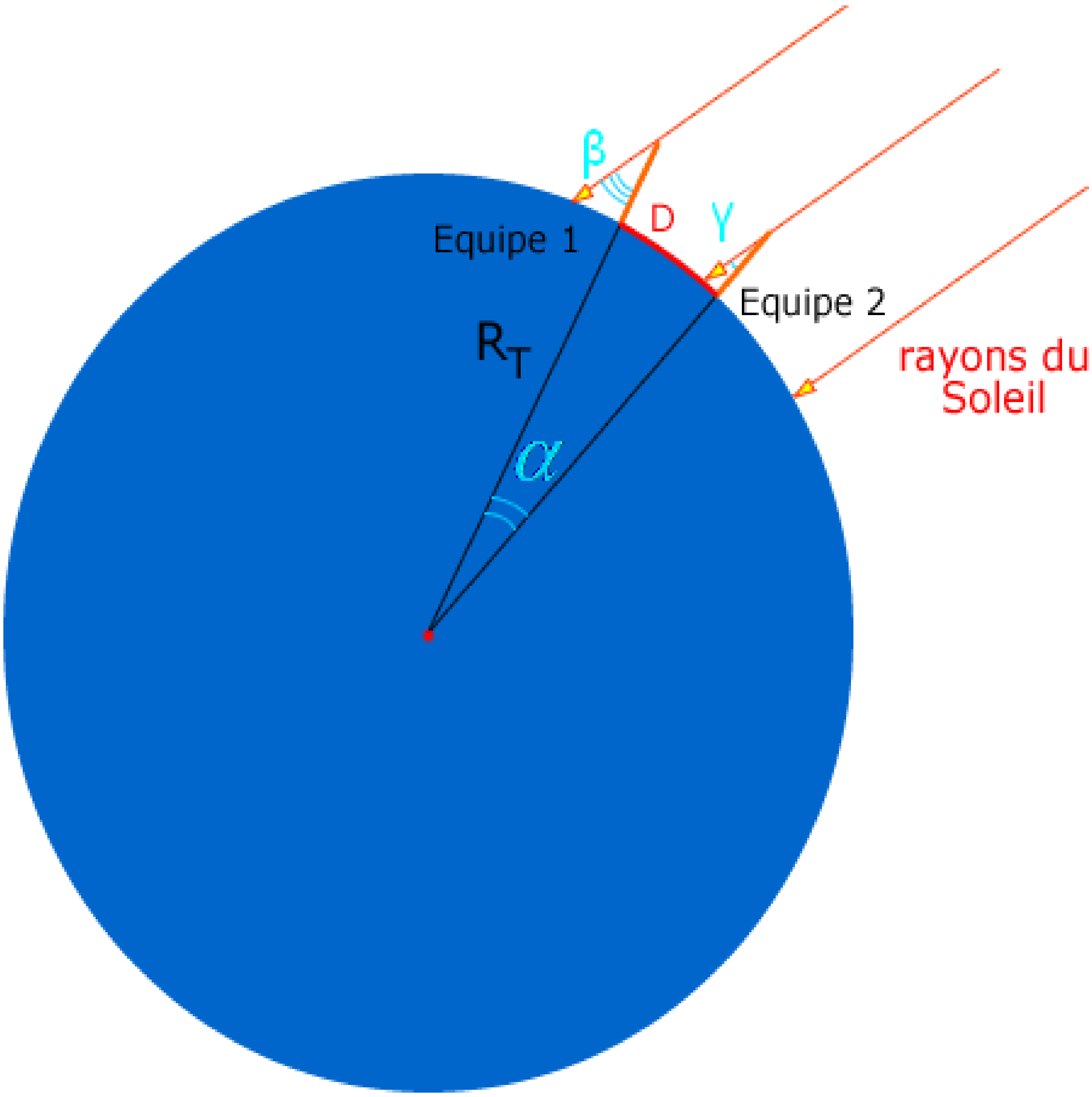


En hiver
Calculer α= β-γ

En été
Calculer α= β+γ



Voici l'angle α que tu as calculé: (pour savoir comment on a obtenu ces formules, reportes toi à la partie Aller plus loin p22).



III)Déroulement de l'expérience

3/Calcule la distance entre vos deux villes.

Les deux villes doivent être sur le même méridien (la même longitude, voir Aller plus loin p20) pour obtenir le midi solaire au même instant.

La distance est donnée par (explication dans le Aller plus loin p27)

$$D=\alpha*2*\pi*R/360$$

avec $\pi=3,14$ et $R=6\ 378$ km

Pour obtenir des résultats plus précis et plus fiables:

1ère Astuce:

L'expérience peut être réalisée par petits groupes de 3 ou 4 puis faire une moyenne des angles θ obtenus par les différents groupes avant de calculer α puis la distance entre les deux villes.

2ème Astuce:

L'expérience peut être répétée plusieurs fois (une fois par semaine pendant un mois) puis faire la moyenne des angles θ obtenus par les différents groupes avant de calculer α puis la distance entre les deux villes.

III)Déroulement de l'expérience

<u>Qu'est ce qu'une moyenne ?</u>

Prenons un exemple:
Une classe de 4 élèves (A,B,C,D).
Au dernier contrôle,
l'élève A a obtenu la note de 10,
l'élève B a obtenu la note de 12,
l'élève C a obtenu la note de 14,
l'élève D a obtenu la note de 16.

La moyenne de la classe pour ce contrôle est

$$M=(10+12+14+16)/4$$
$$M=13.$$

Dans le cas de l'expérience la moyenne est la somme des angles, divisée par le nombre d'angles calculés.

IV) feuille de résultat

Marque ici tes résultats :

T (longueur de ton objet) =

P (longueur de la plus petite ombre) =

P/T =

P/T	0,03	0,07	0,11	0,14	0,18	0,21	0,25	0,29	0,32
β,γ	2	4	6	8	10	12	14	16	18
P/T	0,36	0,40	0,45	0,49	0,53	0,58	0,62	0,67	0,73
β,γ	20	22	24	26	28	30	32	34	36
P/T	0,78	0,84	0,90	0,97	1,04	1,11	1,19	1,28	1,38
β,γ	38	40	42	44	46	48	50	52	54
P/T	1,48	1,60	1,73	1,88	2,05	2,25	2,48	2,75	3,07
β,γ	56	58	60	62	64	66	68	70	72

Pour utiliser ce tableau, trouve l'angle qui correspond à ta valeur de P/T. Si aucune valeur de ce tableau ne correspond exactement à la tienne, prend celle du dessous la plus proche (cela s'appelle arrondir à l'inférieur).

β ou γ (aide toi du tableau ci-dessus!) =

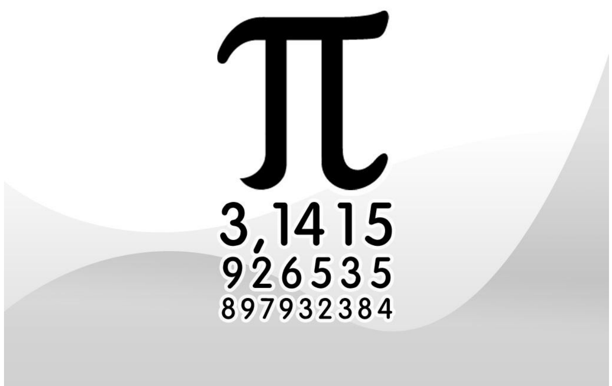
α (fais bien attention à la saison!) =

D =

V) aller plus loin

Eratosthène n'a en fait pas calculé le rayon de la tere, mais sa circonférence (c'est a dire le périmètre du cercle à l'équateur). En effet, elle est beaucoup plus simple à déterminer : il suffit de multiplier la distance entre les deux villes par 360 (un tour complet) degrés, et d'ensuite diviser par l'angle mesuré pour obtenir sa valeur.
Eratothène obtient 40349km, ce qui est très proche de la valeur réelle.

Dans le calcul final pour déterminer D, il apparait dans une multiplication le nombre π=3,14. ce nombre, c'est Pi, un nombre très utile et qui revient souvent en mathématiques. Pour le calculer, c'est très simple : prend une corde et fait un cercle de un mètre de rayon avec. Mesure le périmètre de ce cercle, divise par 2 et tu obtiendra Pi! Enfin, une approximation, car Pi a une infinité de chiffres après la virgule! Pour apprendre les premiers, retiens cette phrase : “Que j'aime a faire apprendre un nombre utile aux sages”. Le nombre de lettre des mots te donne les décimales!



V) aller plus loin

Au cours de la lecture de ce TP, tu t'es donc aperçu que l'heure en France n'est pas la même en été et en hiver! Et que ces deux heures ne correspondent même pas avec l'heure solaire (l'heure solaire est caractérisée par un soleil au zenith à midi)! Pourquoi? Et bien parce qu'en 1975, suite à une grande crise du prix du pétrole (il a beaucoup augmenté), le président français Giscard d'Estaing décide d'instaurer un changement d'horaire 2 fois par an, avec l' objectif d'effectuer des économies d'énergie en réduisant les besoins d'éclairage. Il veut faire correspondre au mieux les heures d'activités avec les heures d'ensoleillement pour limiter l'utilisation de l'éclairage artificiel (ampoules...). Et cela marche (un peu)! Des études ont été faites pour montrer que l'économie engendrée est bien réelle.

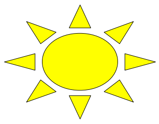
V) aller plus loin

Sait tu comment fait t-on pour se repérer sur le globe terrestre? Par exemple, comment un marin fait il pour donner sa position? et bien, il utilise la latitude et la longitude!

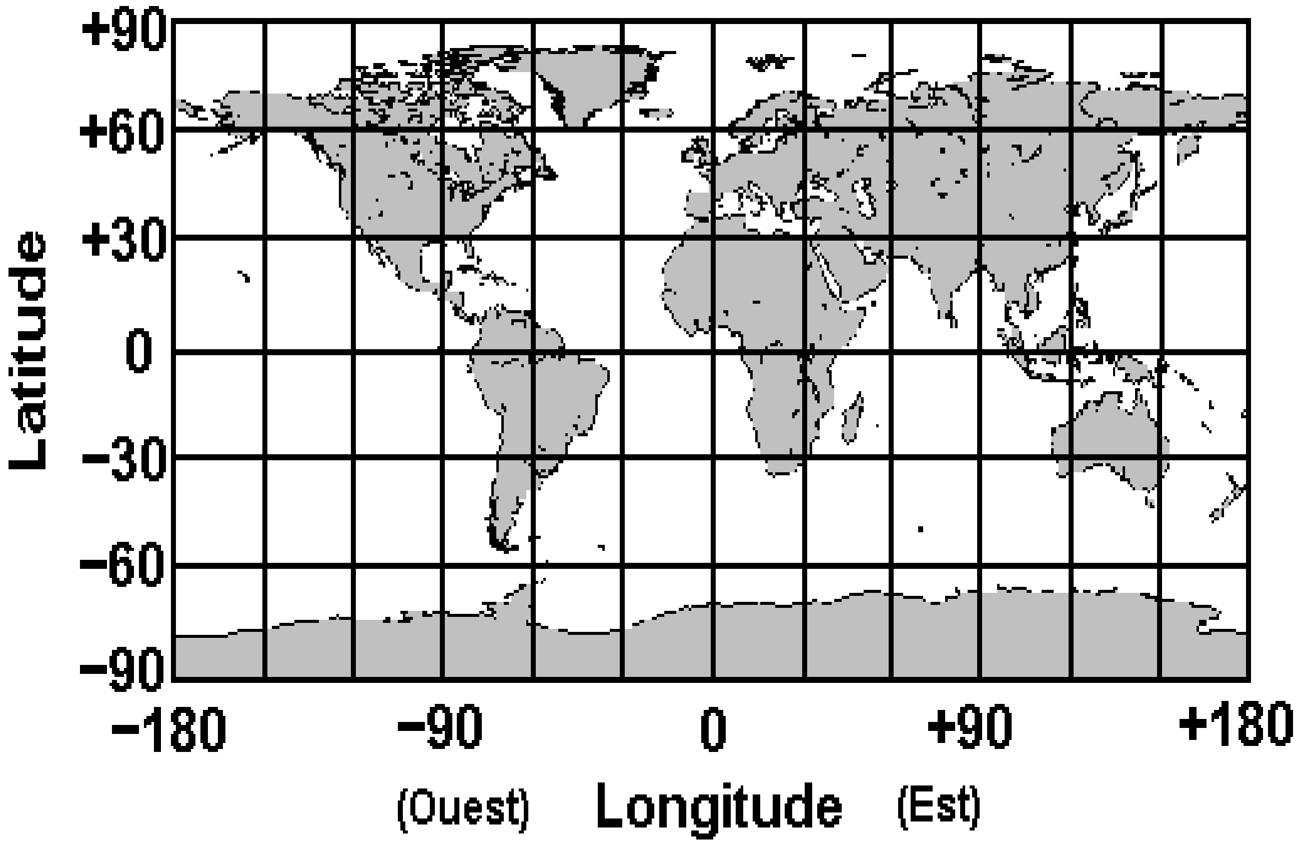
La latitude, c'est un angle qui définit le positionnement nord-sud d'un point sur Terre, au nord ou au sud de l'équateur. Elle vaut 0° à l'équateur à 90° aux pôles. Tous les lieux situés à la même latitude forment un plan parallèle au plan de l'équateur. Plus la latitude s'écarte de 0°, plus on s'éloigne du plan de l'équateur,

La longitude, c'est un angle qui définit le positionnement est-ouest d'un point sur Terre.
À la différence de la latitude qui a l'équateur et les pôles comme références, aucune référence naturelle n'existe pour la longitude. Pour la mesurer, on se sert d'un angle,et d'un méridien (une longitude) de référence, avec une étendue de -180° à +180°, ou respectivement de 180° ouest à 180° est. Le méridien de référence est le méridien de Greenwich (qui passe par Bordeaux!).

V) aller plus loin



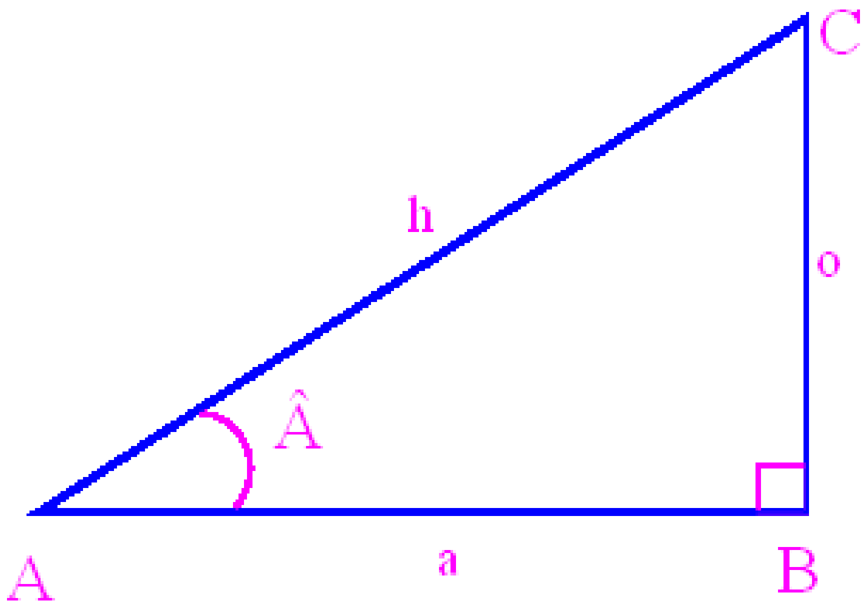
La latitude et la longitude sont des notions compliquées! Le dessin ci-dessous t'aide à y voir plus clair.



V) aller plus loin

Propriétés des angles:

Notons ABC un triangle rectangle en B.
Considérons l'angle Â
h la longueur de l'hypoténuse
o la longueur du coté opposé.
a la longueur du coté adjacent



On peut définir :

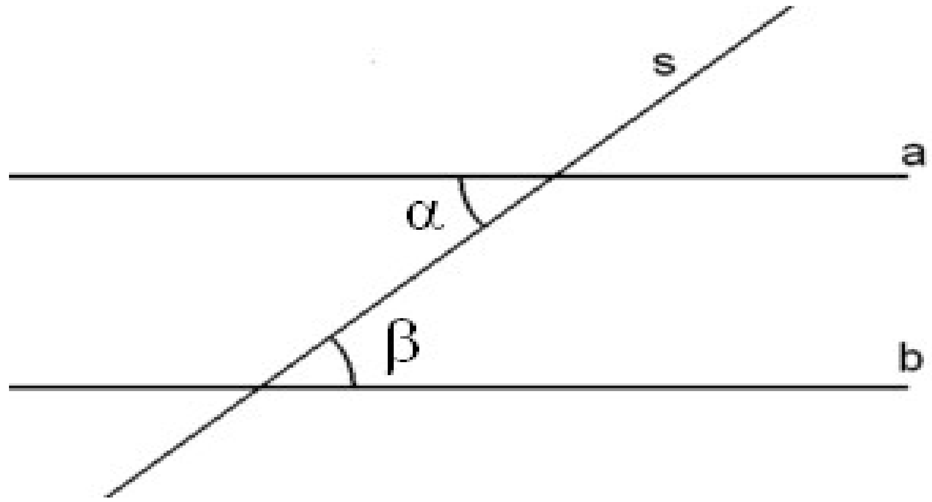
cos Â = a/h. (cosinus)
sin Â = o/h. (sinus)
tan Â = o/a. (tangente)

Il existe donc des relations permettant d'obtenir les angles Â à partir des sin Â, cos Â et tan Â, par exemple la table fournie plus haut.

V) aller plus loin

Propriétés des angles:

Notons a et b deux droites parallèles.
s une droite qui coupe a et b comme sur le schéma suivant.



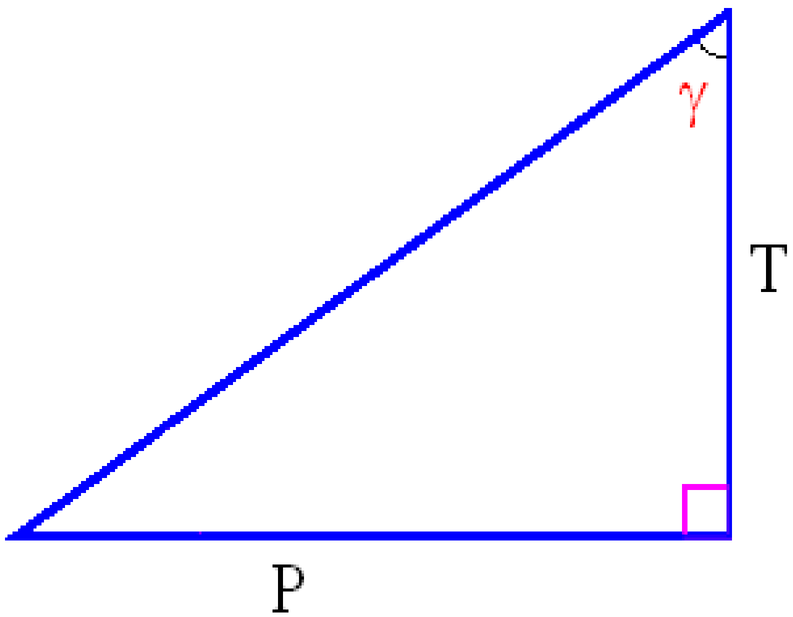
Les angles α et β sont égaux.

Les angles α et β sont appelés des angles alternes internes.

V) aller plus loin

Application à notre cas:

T: taille de l'objet.
P: longueur de la plus petite ombre
On peut grâce au propriétés des cosinus, sinus et tangente déduire l'angle α suivant:

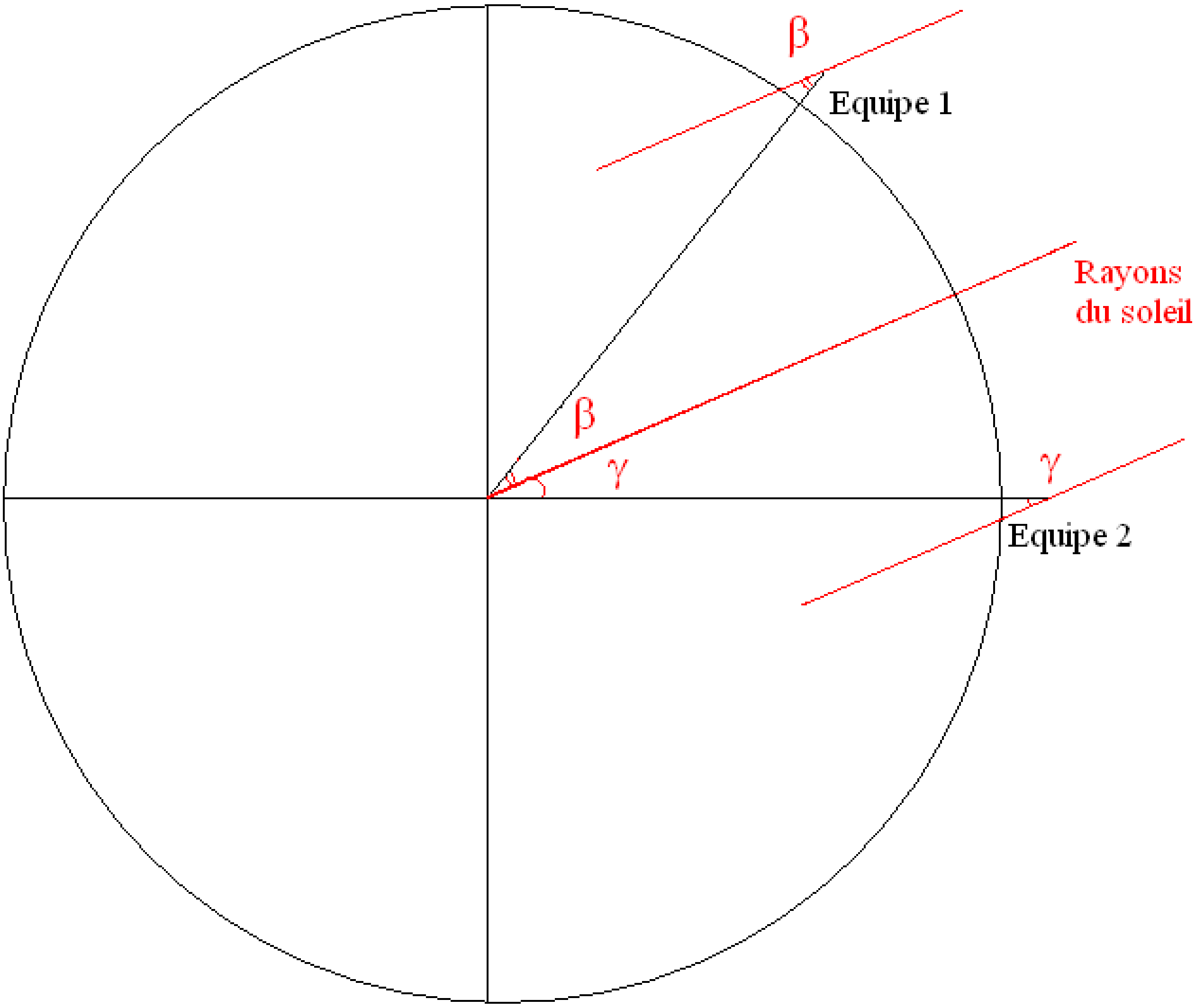


On a tan α = P/T.
Grâce à la table de conversion on a l'angle α.

V) aller plus loin

Application à notre cas:

Dans le cas où on est en été.



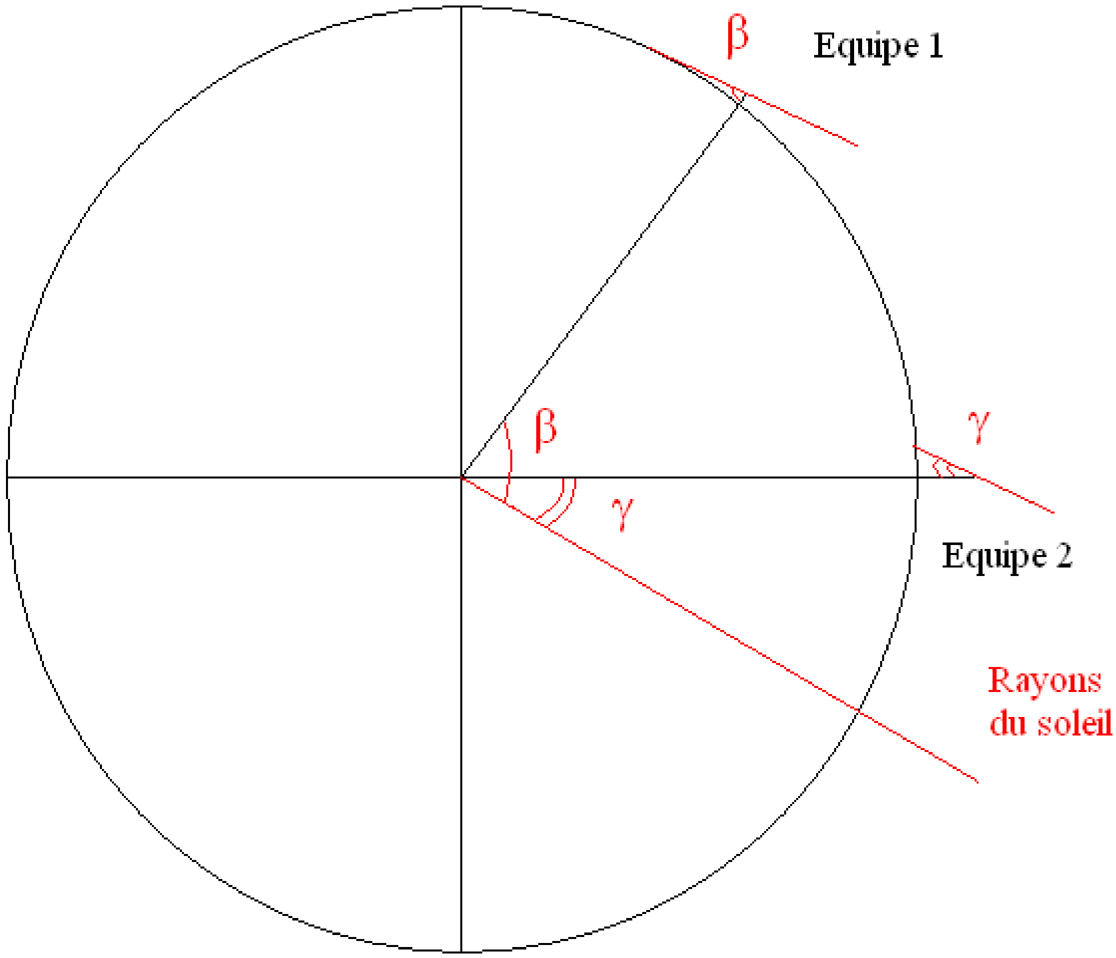
D'après la propriété des angles alternes internes on a l'égalité des angles (comme le montre la figure ci-dessus).

On en déduit donc le fait que $\alpha = \beta + \gamma$.

V) aller plus loin

Application à notre cas:

Dans le cas où on est en hiver.



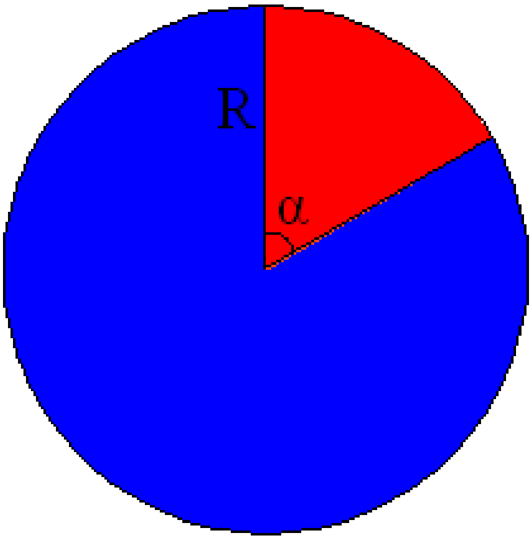
D'après la propriété des angles alternes internes on a l'égalité des angles (comme le montre la figure ci-dessus).

On en déduit donc le fait que $\alpha = \beta - \gamma$.

V) aller plus loin

Calcul de la distance:

Prenons un cercle de rayon R.
Son périmètre est de 2*π*R.

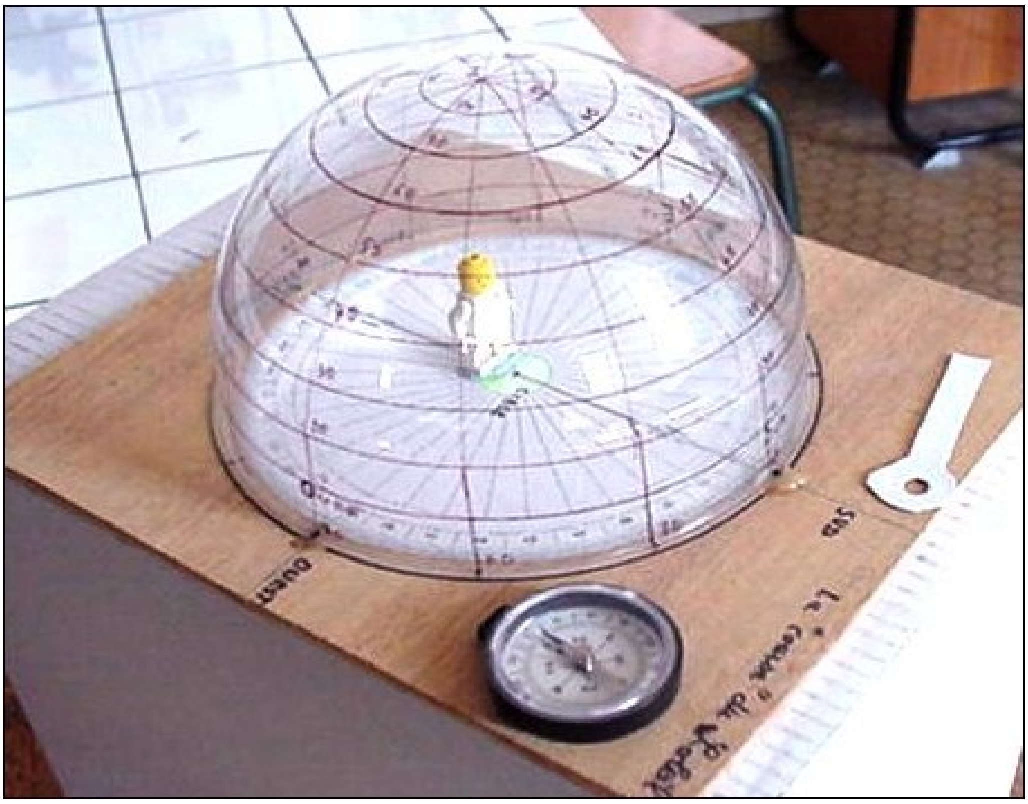


Donc pour 360° on a une longueur de 2*π*R.
Pour un angle α on a une longueur D.

Donc d'après la règle du produit en croix:
on a $D = \alpha*2*\pi*R/360$

V) aller plus loin

Repérage de la course du Soleil



But : déterminer la course du soleil tout au long d'une journée

Matériel :

- support en carton de 15 x 20 cm
- un saladier transparent en plastique (ou un saladier sur lequel on a collé du papier calque) de diamètre 10 cm ou plus.
- petite boussole à coller
- un crayon, ou un quelconque objet pointu pouvant servir de pointeur
- compas, ciseaux...

V) aller plus loin

Repérage de la course du Soleil (suite)

Comment préparer l'expérience?

1) trace sur le support les droites perpendiculaires passant par le centre du support (cela symbolisera les axes). marquer le centre (ce sera la cible).
2) Trace le cercle à la base du saladier (centre le saladier sur la cible).
3) indique les point cardinaux (Nord, Sud, Est, Ouest) au bout des droites du support.
4) colle la boussole sur le support de manière à ce que l'axe Nord-Sud de la boussole corresponde à celui du support.
5) Pose ou colle le saladier. Indique sur celui-ci (ou sur le papier calque) au marqueur indélébile les points cardinaux (pour pouvoir le replacer si tu le bouges par inadvertance).

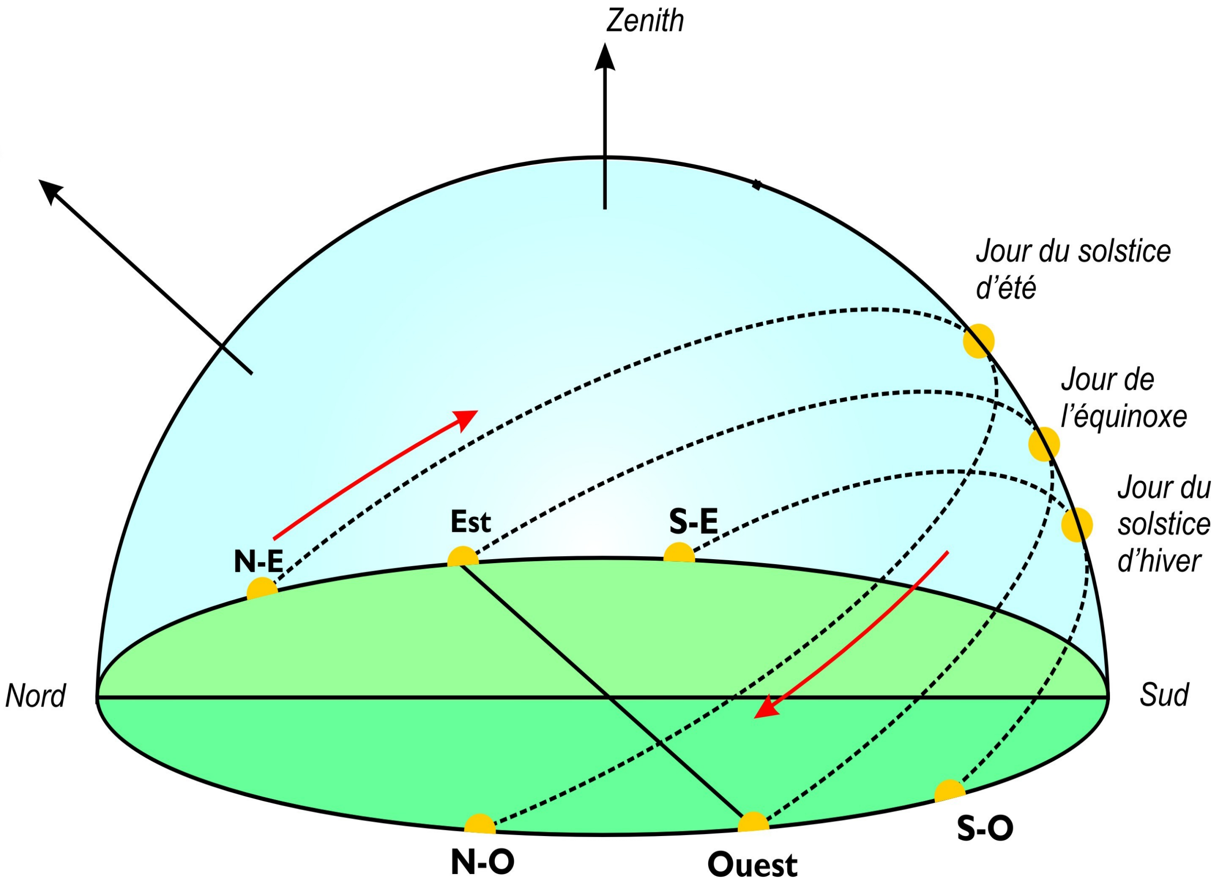
Comment réaliser l'expérience?

1) Pose le pointeur (crayon ou autre) sur le globe et déplace le de telle façon que le bout de son ombre soit centrée sur la cible.
2) Sans bouger, marque la position du pointeur à cet instant. Recommence à plusieurs moments de la journée (tu peux aussi ajouter des mesures le lendemain et les 2 ou 3 jours suivants, la terre n'ayant pas beaucoup tourné autour du soleil)
3) Relie les points entre eux pour obtenir la trajectoire apparente du Soleil.
4) Si tu effectues différents relevés à différentes périodes de l'année, tu pourras observer que la trajectoire du soleil change au cours selon les saisons.

V) aller plus loin

Repérage de la course du Soleil (fin)

Résultats : voici ce que tu devrais (a peu près) obtenir sur ton saladier.



Le jour du solstice d'été est le plus long de l'année alors que le solstice d'hiver marque la plus longue nuit de l'année.
Les équinoxes de mars et de septembre sont les deux moments de l'année où le jour et la nuit sont approximativement de même durée.
Le Zénith est le point le plus à la verticale de toi dans le ciel.