Livret expérimental

Calcul de la distance de la Lune par parallaxe

La Lune au 5ème jour

D.Chapon & E.Cluzel ENSTA UMA 2006

Sommaire

Feuille de route

Public :

À partir de la seconde

Matériel :

- 1 double-décimètre
- 1 calculatrice scientifique
- 1 stylo rouge
- 1 feuille A4 de papier calque

Temps nécessaire :

30 minutes

I Introduction

1) La Lune dans l'Histoire

C'est à partir de 600 av JC que des intellectuels grecs ont commencé à se représenter l'univers dans lequel nous vivons. De leurs réflexions a émergé un modèle géocentrique de l'univers, dans lequel la Lune, le Soleil et les planètes tournent autour de la Terre. En 280 av JC, Aristarque de Samos mesura pour la première fois la taille et la distance de la Lune.

Deux millénaires plus tard, des hommes sont allés sur la Lune et y ont installé de grands miroirs. Des tirs laser effectués depuis la Terre sur ces miroirs permettent de déterminer la distance qui nous sépare de la surface de la Lune au centimètre près.

2) Parallaxe de la Lune

La ***parallaxe*** est définie comme « *l'incidence du changement de position de l'observateur sur l'observation d'un objet* ».

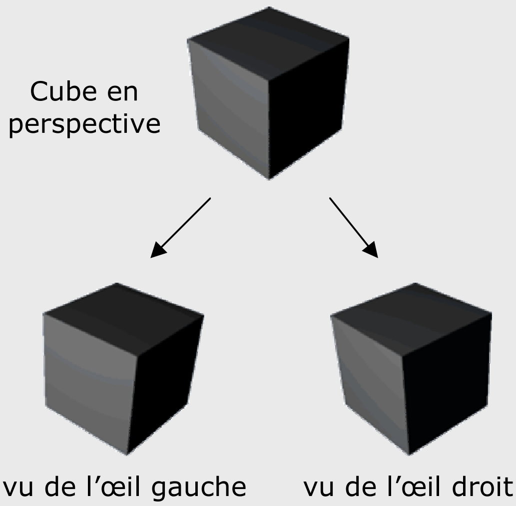

fig.1 : la parallaxe des yeux

Prenons l'exemple de notre vision. Du fait que nos yeux sont espacés de quelques centimètres, chaque œil reçoit une image légèrement différente (voir figure 1).
Cette différence permet à notre cerveau de reconstruire une image à trois dimensions de ce que l'on voit, c'est-à-dire d'appréhender les distances.

De la même manière, si l'on observe la position de la Lune dans le ciel relativement à des étoiles fixes à partir de deux points d'observation distants à la surface de la Terre, on est à même de mesurer le décalage angulaire et d'en déduire la distance qui nous sépare de la Lune.

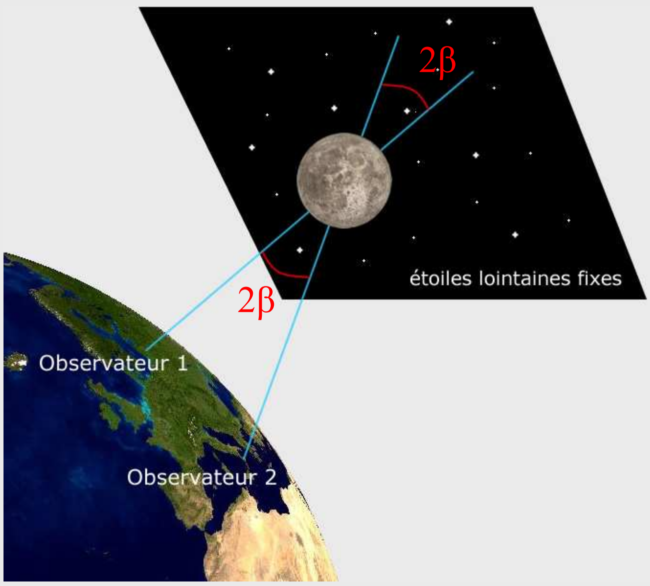

fig.2 : la parallaxe de la Lune

II Expérience

1) Mise en situation

Nous disposons de deux observatoires à la surface de la Terre situés sur le même méridien (afin de simplifier le problème). Le premier se situe à Toulouse, en France tandis que le second se trouve à Lomé, au Togo. Pour repérer un décalage de position de la Lune vue de ces deux points d'observation, il faut se servir des étoiles fixes comme repères. On recherche donc une configuration de la Lune au voisinage d'étoiles brillantes. Pour cela, on observera la Lune et ses étoiles voisines le plus haut possible dans le ciel, lors du *passage au méridien* (voir figure 3), c'est-à-dire au moment où la Lune atteint son point culminant dans le ciel.

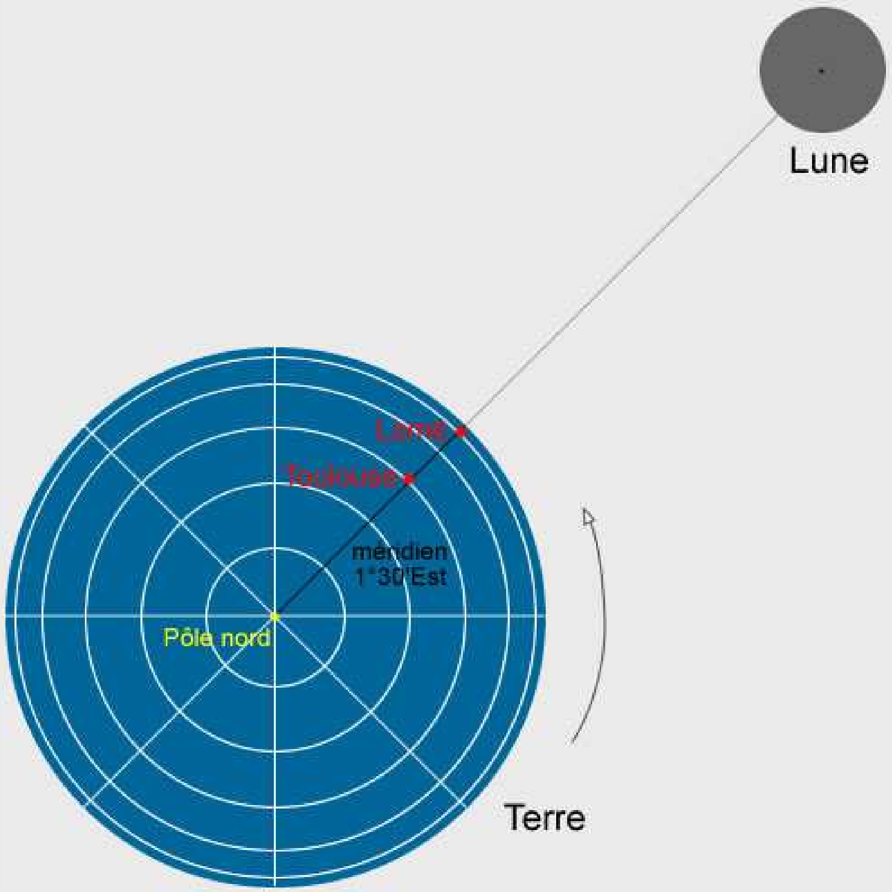

fig.3 : passage au méridien de la Lune
pour les villes de Lomé et Toulouse

Il faut prendre une photo de la position de la Lune lors de son passage au méridien à Lomé et à Toulouse. Comme ces deux villes se situent sur le même méridien terrestre, l'instant du passage au méridien de la Lune est le même pour Lomé et Toulouse.
Pour des raisons pratiques, on utilise un logiciel de simulation céleste, à l'aide duquel on obtient les images (p.7 et p.8) des configurations de la Lune pour ces deux sites d'observation à la même date et à l'heure de passage au méridien.

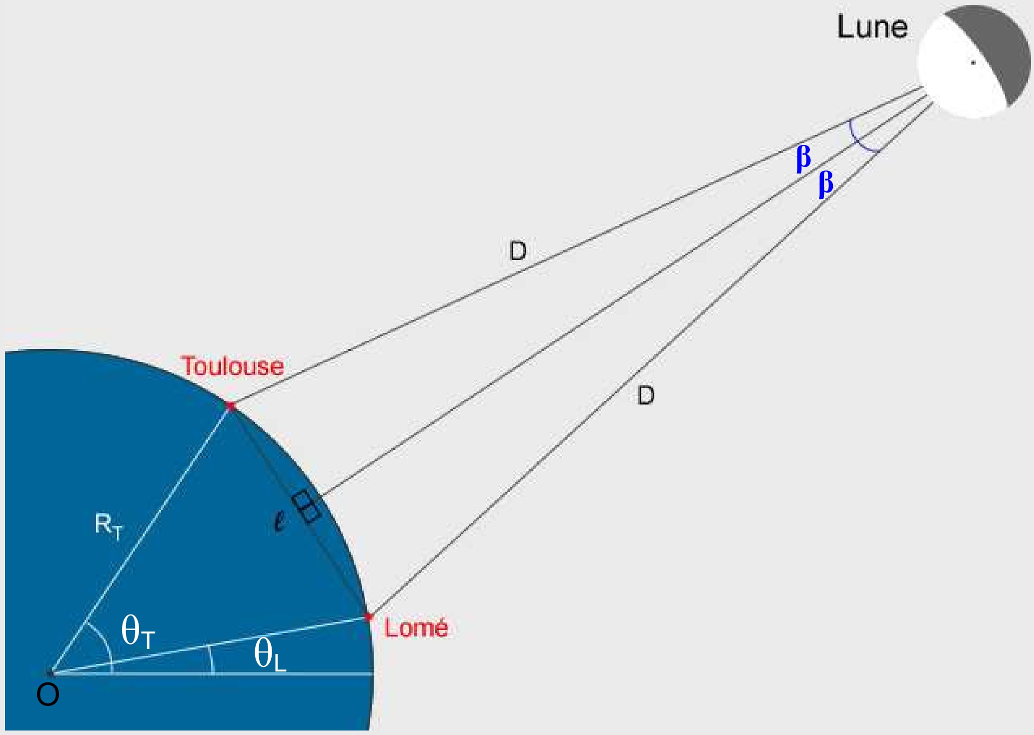

fig.4 : Configuration particulière lors d'un passage au méridien

Le triangle Toulouse-Lomé-Lune n'est pas obligatoirement isocèle lors d'un passage au méridien de la Lune.

2) Données utiles

A l'aide d'un atlas géographique, on obtient le tableau de coordonnées suivant pour Lomé et Toulouse :

	Lomé (Togo)	Toulouse (France)
Latitude	θ_L = 6°10' Nord	θ_T = 43°37' Nord
Longitude	1°21' Est	1°27' Est

Pour construire une échelle sur les images p.7 et p.8, nous allons nous servir des étoiles 1 et 2. Les coordonnées équatoriales des étoiles sont données dans le tableau ci-dessous :

	Étoile 1	Étoile 2
Déclinaison	δ_1 = 19° 45' 16"	δ_2 = 21° 22' 10"
Ascension droite	α_1 = 3h 12min 1s	α_2 = 2h 59min 36s

L'ascension droite est donnée en h;min;s. Pour effectuer la conversion en °;';", sachez que 24h = 360° donc 1h = 15° ; 1min = 15' ; 1s = 15".

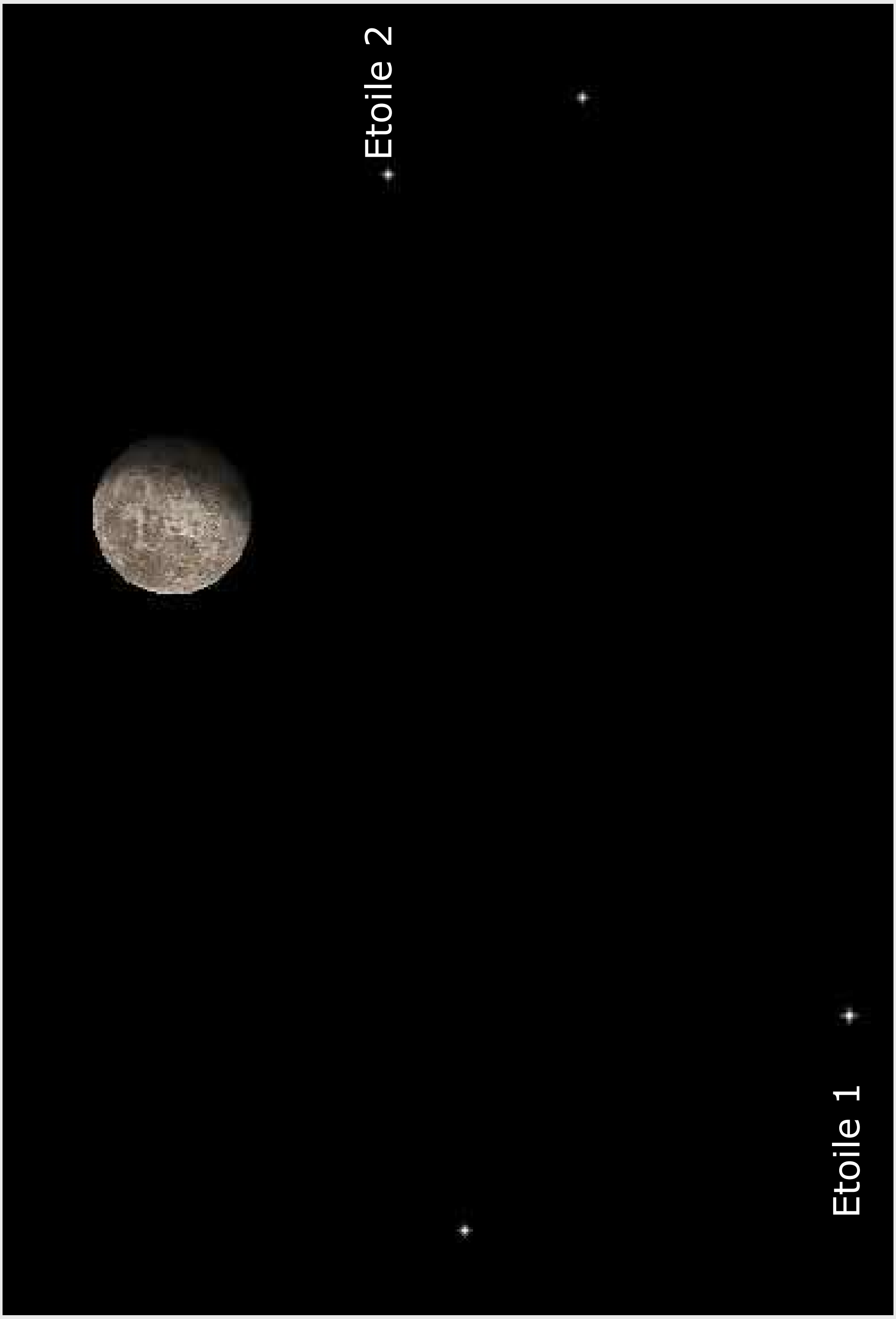

fig.5 : La Lune lors du passage au méridien vu de Lomé

fig.6 : La Lune lors du passage au méridien vu de Toulouse

3) Trigonométrie sphérique

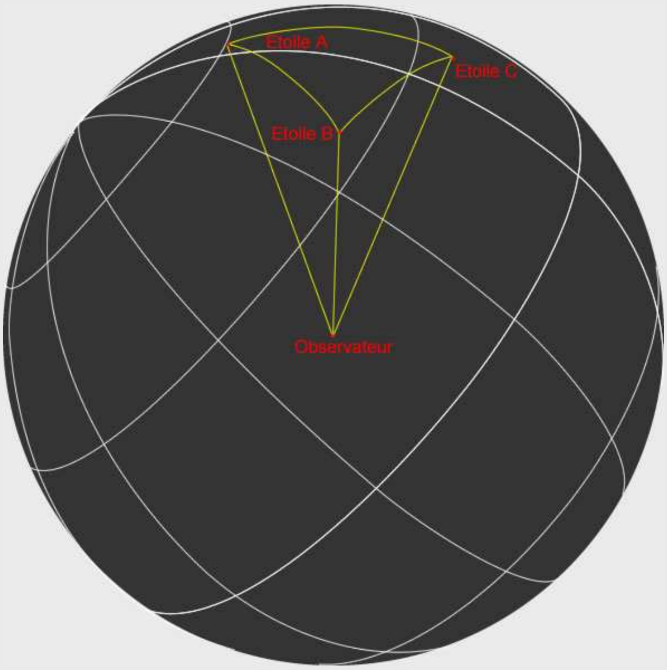

Fig.7 : surface de la sphère céleste

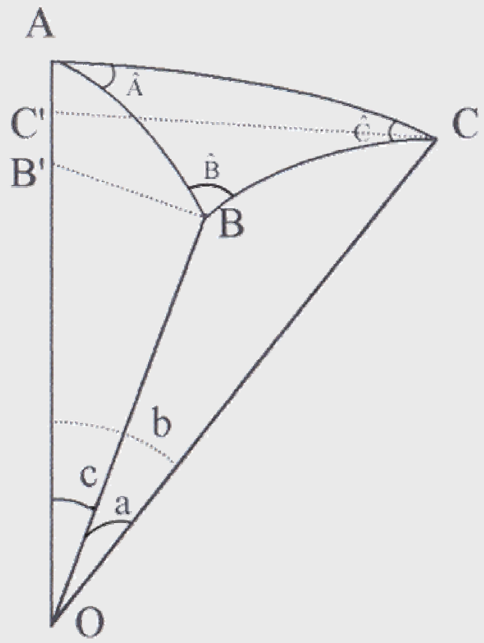

Fig.8 : triangle sphérique

Lorsque l'on place trois points à la surface d'une sphère, on définit un *triangle sphérique* dont les côtés ne sont pas des segments mais des arcs de grands cercles. Par exemple, trois étoiles distantes que l'on observe dans le ciel définissent un triangle sphérique (voir figure 7).
Les angles sont définis dans la figure 8. On donne la formule de trigonométrie sphérique suivante:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \hat{A}$$

III Exploitation des résultats

1) Calcul de l'échelle

- Mesurer très précisément la distance L séparant l'étoile1 de l'étoile2 sur une des photos à l'aide du double-décimètre (à 0,5 mm près). Reporter la mesure dans le tableau de résultats page 12.

- Posons A=Point de coordonnées (δ_1,α_2), B=Etoile1, C=Etoile2. Refaire le schéma de la figure 8. À partir de l'équation de trigonométrie sphérique, montrer que :

$$\cos(\gamma)=\cos(\alpha)\cos(\delta)$$

Avec : γ = distance angulaire Etoile1-Etoile2
$\alpha=\alpha_1-\alpha_2$
$\delta=\delta_2-\delta_1$

- Utiliser la calculatrice pour obtenir une valeur en (°,',") de l'angle γ. Reporter cette valeur dans le tableau de résultats.

2) Mesure du décalage 2β :

- Avec la feuille de papier calque placée sur une des images, décalquer soigneusement les positions des 4 étoiles visibles dans le champ ainsi qu'un maximum de détails du disque lunaire. Placer ensuite le calque ainsi obtenu sur l'autre image et l'aligner à l'aide des 4 étoiles qui doivent se superposer parfaitement. Décalquer la seconde position de la Lune avec tous les détails que l'on peut discerner.

- En utilisant le double-décimètre et en s'appuyant sur plusieurs détails lunaires du calque, mesurer précisément le décalage L' de la Lune. Reporter dans le tableau de résultats page 12 la valeur que l'on obtient en prenant en compte l'incertitude due à l'imprécision de la lecture de la graduation (±0,5 mm sur un double-décimètre standard, voir données constructeur pour double-décimètre de compétition).

- Dans la partie 1), on a obtenu une correspondance entre distance sur l'image en mm et distance angulaire réelle. A l'aide de cette échelle de correspondance, convertir la distance L' en un angle 2β (cf. figures 2 & 4). Noter le résultat dans le tableau, ainsi que l'incertitude sur cette valeur.

3) Distance Toulouse-Lomé :

- Refaire le schéma du triangle O-Toulouse-Lomé de la figure 4. Montrer que $\ell = 2\,R_T \sin((\theta_T-\theta_L)/2)$.

- Sachant que R_T = 6378 km et en s'appuyant sur les données page 6, calculer la valeur de ℓ et noter le résultat dans le tableau.

4) Distance de la Lune :

- Refaire le schéma Toulouse-Lomé-Lune de la figure 4. Trouver la relation simple qui lie ℓ, β et la distance D.

- Calculer D ainsi que son incertitude et reporter votre valeur dans le tableau de résultats.

- A l'instant où les images ont été obtenues, la distance réelle de la Lune était de 360 000 km. Calculer le pourcentage d'erreur commise.

Note : La trajectoire de la Lune n'est pas parfaitement circulaire mais elliptique. La distance entre la Terre et la Lune varie entre 355 000 et 405 000 km.

Tableaux de résultats

Échelle et mesures de 2β :

	Distance (mm)	Angle (°,′,")
Étoile1— Étoile2	L	γ
	±	±
$\text{Lune}_{\text{Toulouse}}$ — $\text{Lune}_{\text{Lomé}}$	L′	2β
	±	±

Distance Toulouse-Lomé :

ℓ (km)	

Distance de la Lune :

Estimation de D		km
±		km

Pourcentage d’erreur	%