Mesure de la température de surface du Soleil

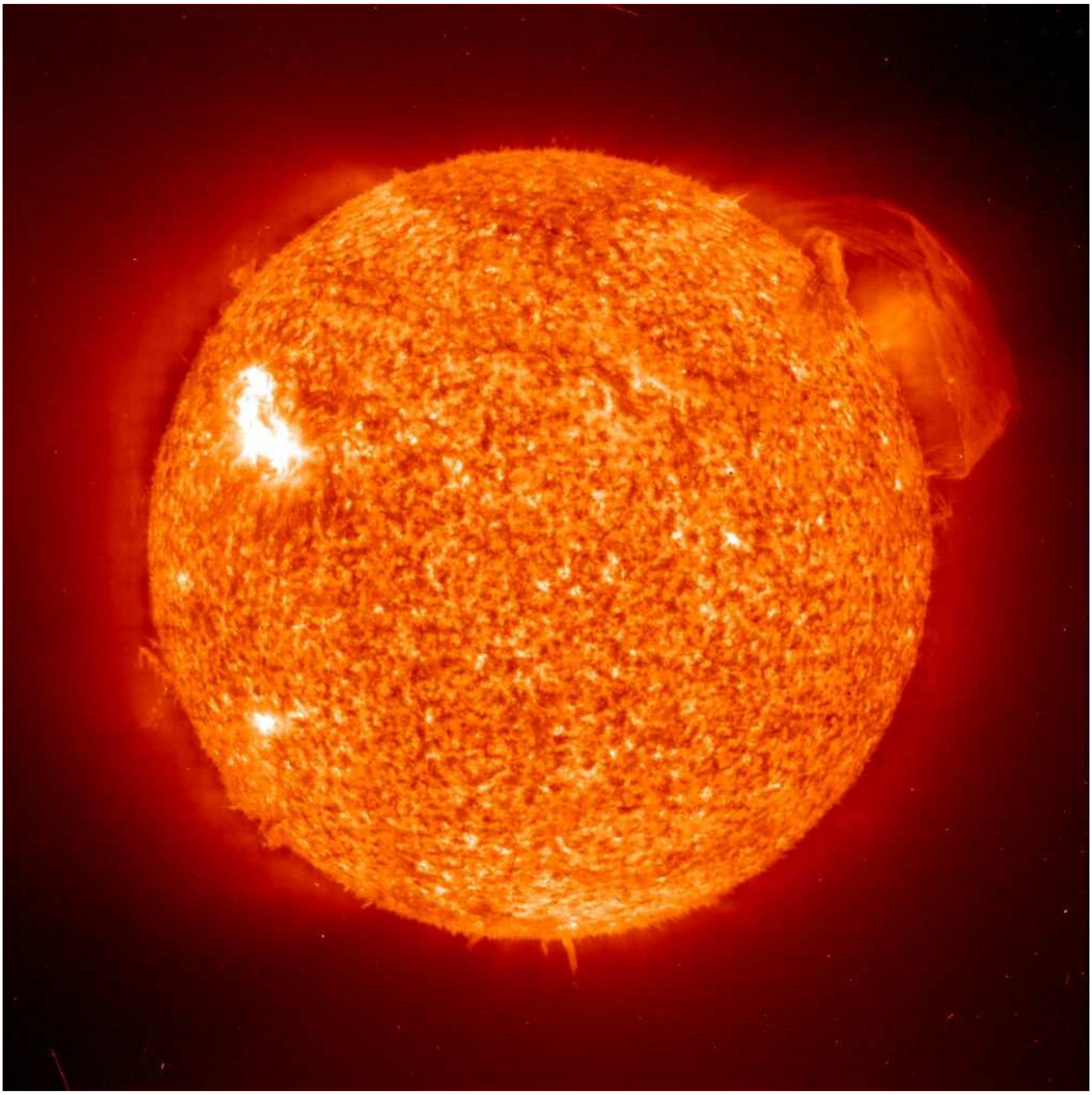


figure 1 : Le Soleil vu à travers un filtre H_α

Sommaire

Feuille de route p.3

I) Le corps noir

1) Introduction sur l'électromagnétisme p.4
2) Définition du corps noir p.4
3) La loi de Planck p.6
4) La loi de Wien p.8
5) La loi de Stefan p.8
6) Applications p.8

II) Calcul à partir du spectre du Soleil

1) Calcul de la température du Soleil p.9
2) Commentaires p.10
3) Et pour Aldébaran ? p.10

III) Expérience avec une voiture

1) Introduction p.12
2) Approche théorique p.12
3) Expérience p.15
4) Exploitation des résultats p.17

Feuille de résultats p.20

Annexes

A : Données expérimentales p.21
B : Calcul de la loi de Wien p.23
C : Calcul de la loi de Stefan p.25

Feuille de route

Public :

- 17 ans et plus

Pré requis :

- Notions de physique : ondes, thermodynamique, puissance/énergie et analyse dimensionnelle.
- Notions de mathématiques : fonction exponentielle, intégration et dérivation des fonctions usuelles et des fonctions composées, limites de fonctions simples.
- Notions d'algorithmique : savoir se servir d'un tableur.

Conditions particulières :

- Grand soleil et aucun vent annoncés à la météo.
- Connaître les horaires du midi solaire pour les prochains jours (éphémérides, météo, Internet…).

Matériel :

- 1 voiture
- 1 garage grand et frais (idéal : sous-sol)
- 2 thermomètres électroniques étalonnés (0,1 °C de précision) fonctionnant jusqu'à au moins 60° C
- 1 calculatrice scientifique ou un ordinateur muni d'un tableur (Excel…)
- 1 mètre
- 1 craie (optionnel)
- Au choix :
  - 1 toise (manche à balai, immeuble, …) et 1 fil à plomb
  - ou 1 lunette méridienne
  - ou des éphémérides donnant l'altitude du Soleil au transit

Temps nécessaire :

- Plusieurs jours

I) Le corps noir

1) Introduction sur l'électromagnétisme:

Les ondes électromagnétiques sont composées d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Elles se propagent dans le vide à la vitesse $c=3.10^8$ m.s^{-1}. Dans les autres milieux, elles se propagent avec une vitesse inférieure à c.

Le champ électromagnétique est produit par les charges et leurs mouvements.

Une onde électromagnétique est sinusoïdale et se caractérise par sa longueur d'onde λ ou sa fréquence υ.

On a la relation : $\nu = \frac{c}{\lambda}$

Une part du rayonnement électromagnétique est sous forme de lumière visible. La lumière blanche se décompose en différentes couleurs, qui correspondent à différentes longueurs d'onde. Ce sont les couleurs de l'arc-en-ciel. Les longueurs d'onde de la lumière visible sont de l'ordre du dixième de millionième de mètre. L'onde oscille donc sur une faible distance. La longueur d'onde du bleu est de 450 nm = 450 10^{-9} m et celle du rouge est de 700 nm.

La lumière visible n'est qu'une petite portion du spectre électromagnétique total qui s'étend des ondes radios de grandes longueurs d'onde ou petites fréquences aux rayons gammas de faibles longueurs d'onde ou grandes fréquences (voir spectre p.5).

2) Définition du corps noir

Le corps noir est un corps théorique, en équilibre, qui absorbe le rayonnement électromagnétique à toutes les longueurs d'onde. Il réémet à toutes les longueurs d'onde avec un certain profil spectral donné par la loi de Planck et qui ne dépend que de la température**.**

Attention : *Malgré ce que l'on pourrait innocemment croire, un objet blanc peut être un meilleur corps noir qu'un objet noir.*

On parle de « corps noir » car c'est un corps qui, en théorie, absorbe tout le rayonnement électromagnétique, en particulier la lumière visible. Un corps noir doit donc apparaître noir, à condition qu'il ne réémette quasiment pas dans le visible.

Mais si l'on étudie le comportement d'un objet pour tout le spectre électromagnétique, on peut se rendre compte qu'un objet blanc ou coloré absorbe très bien à toutes les autres longueurs d'onde. Au contraire, un objet noir peut réfléchir le rayonnement à la plupart des longueurs d'onde et se révéler être un mauvais corps noir.

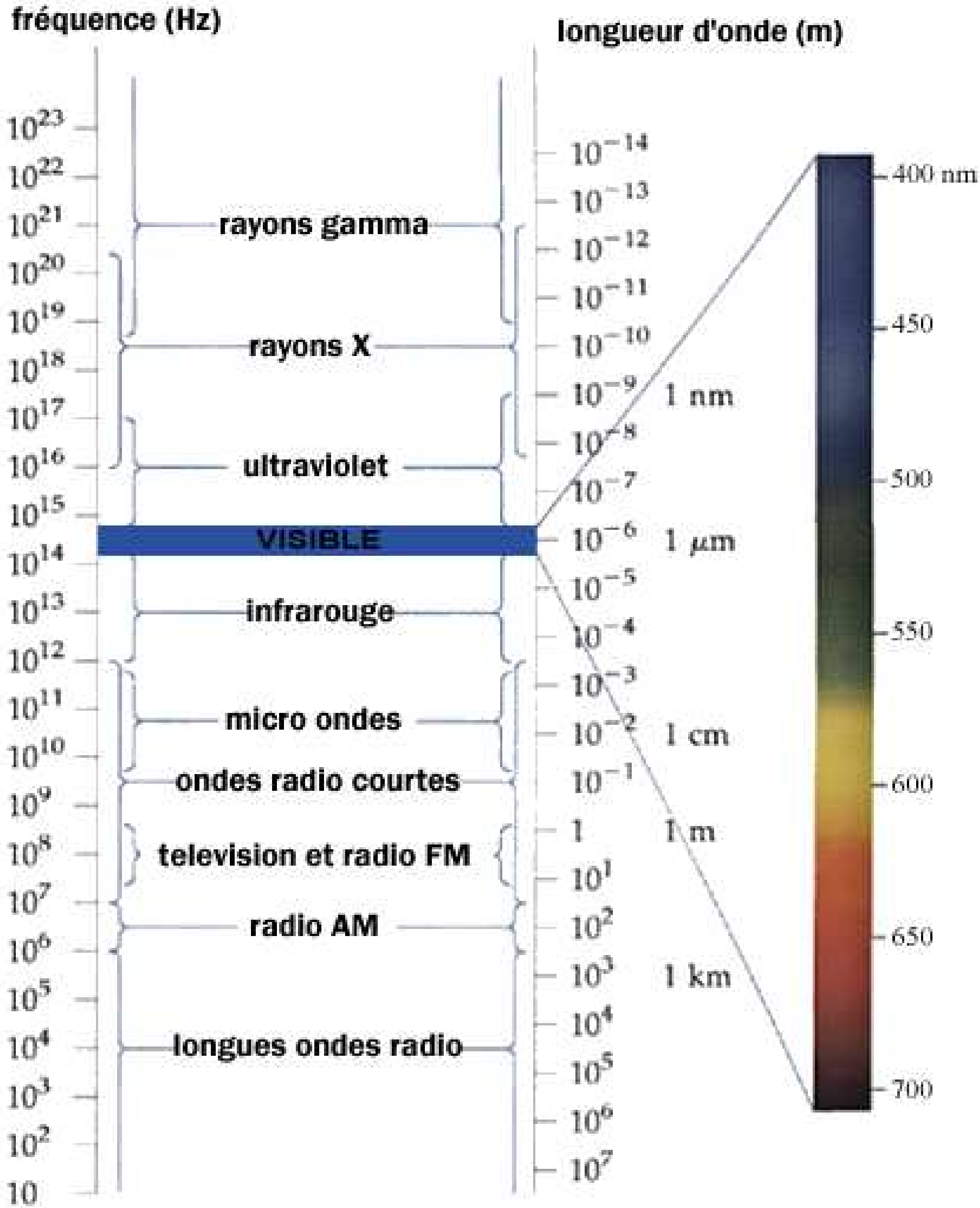


figure 2 : le spectre électromagnétique

Un four percé d'un petit trou serait un bon corps noir.
Le four est placé dans un thermostat à température T. On perce un trou suffisamment petit pour ne pas perturber l'équilibre thermique. Les parois du four sont opaques aux rayonnements extérieurs et, si on envoie un rayonnement à l'intérieur du four par le trou, il est réfléchi contre les parois jusqu'à être complètement absorbé. Le four émet un rayonnement dont une partie s'échappe par le trou. Ce rayonnement est très semblable à celui émis par le corps noir théorique.

3) La loi de Planck

En 1900, le physicien allemand Planck découvre de façon expérimentale la loi qui porte son nom. Avant cette date, c'était la loi de Rayleigh-Jeans qui était utilisée pour décrire le rayonnement du corps noir.

Notons u(λ,T) la densité spectrale de puissance électromagnétique par unité de volume pour un corps noir de température de surface T.

Par analyse dimensionnelle, on a : $u(\lambda, T) = \dfrac{\textit{énergie}}{\textit{volume} \times \textit{temps}}$

Énergie : kT avec k la constante de Boltzmann k = $1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1}
Volume = [longueur]^3 : λ^3
Temps = [longueur] / [vitesse] : λ/c (avec c = 2,998 m.s^{-1})

Vérifier que l'on trouve de façon empirique : $u(\lambda, T) = \text{cste} \times \dfrac{k\,T\,c}{\lambda^4}$

Rayleigh et Jeans avaient choisi cste = 2

Notons que la température T doit être exprimée en Kelvins.

Les Kelvins sont les unités de l'échelle des températures absolues. Le 0 K correspond à la température à laquelle la matière serait totalement figée (il n'y aurait plus d'agitation microscopique). Pour passer des Kelvins au degré Celsius, il faut soustraire 273.

Selon la loi de Rayleigh-Jeans, la puissance lumineuse devrait croître indéfiniment pour les faibles longueurs d'onde. Ce qui n'est pas physique et n'était pas vérifié pour les ultraviolets. A l'époque, cette gênante contradiction était appelé « la catastrophe ultraviolette ».

Planck introduisit une nouvelle constante h = $6{,}63\ 10^{-34}$ J.s qui porte aujourd'hui son nom.

Grâce à cette constante, on peut exprimer l'énergie d'un photon $E = h\upsilon$

Le photon est la particule élémentaire de lumière. Il est de masse nulle. La lumière a, à la fois, un comportement ondulatoire et un comportement corpusculaire.
On parle de «dualité onde/corpuscule ».

La quantification de l'énergie ouvrira la voie de toute la physique quantique de la première moitié du XXème siècle.

Loi de Planck du rayonnement du corps noir: $$\boxed{u(\lambda,T) = \frac{1}{\lambda^5}\frac{2hc^2}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1}}$$

Vérifier que $\frac{h\,c}{\lambda\,k\,T}$ est un facteur sans dimension et vérifier l'homogénéité de la loi de Planck.

Vérifier également que pour les grandes longueurs d'onde $\frac{h\,c}{\lambda\,k\,T} \ll 1$ on retrouve la formule de Rayleigh-Jeans.

On trace le spectre du corps noir pour différentes valeurs de T.

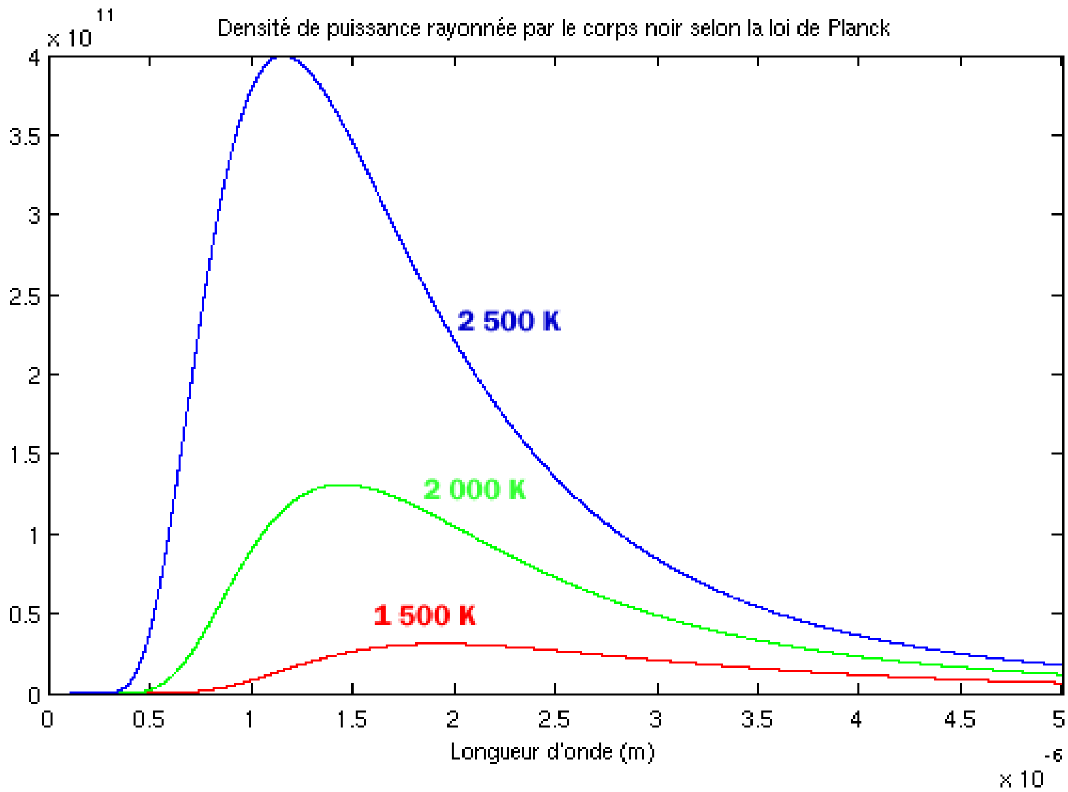


figure 3 : graphe de u(λ) pour différentes valeurs de T

4) La loi de Wien

On remarque sur le graphe précédent (figure 3) qu'il existe un pic de u(λ) et que selon la température T, le pic n'est pas à la même longueur d'onde.

La loi de déplacement de Wien (consulter les annexes pour la démonstration) donne la longueur d'onde λ_m pour laquelle on a le maximum de puissance en fonction de la température T.

$$\boxed{\lambda_m = \frac{hc}{4{,}96kT} = \frac{2{,}898.10^{-3}}{T}}$$

Plus la température est élevée, plus le corps noir rayonne à faibles longueurs d'onde.

- A quelle longueur d'onde est le pic d'émission d'un corps humain ? On supposera qu'il se comporte comme un corps noir de température de surface T = 37 °C.

- Quelle est la température d'un corps noir dont le pic d'émission est dans la lumière bleue ?
Même question pour la lumière rouge.

5) La loi de Stefan

Par intégration de la loi de Planck, on trouve la loi de Stefan (consulter les annexes pour la démonstration) qui donne la puissance lumineuse totale ou luminosité du corps noir par unité de surface :

$\boxed{L = \sigma T^4}$ avec σ = 5,67 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4} la constante de Stefan-Boltzmann

6) Applications

En fait, tous les corps rayonnent et leur rayonnement dépend de leur température. Leur comportement diffère plus ou moins de l'idéalité du corps noir. Il faut noter que la loi de Planck du corps noir n'est valable qu'à l'équilibre thermodynamique.

Les objets qui nous entourent sont en général à des températures qui ne dépassent pas les 100 °C (soit 373 K). Ils rayonnent donc à des longueurs d'onde plus grandes que celles de la lumière visible. C'est pourquoi on ne remarque pas qu'ils rayonnent. Pour « voir » leur rayonnement, on utilise des caméras infrarouges.

Par contre, si l'on chauffe un morceau de métal à hautes températures, il devient d'abord rouge puis blanc. De même, le filament d'une ampoule est suffisamment chaud et émet de la lumière visible.

Les étoiles, qui ont une température de surface de plusieurs milliers de degrés, émettent de la lumière visible.

Ainsi, nous recevons du Soleil la lumière indispensable à la vie mais aussi des ultraviolets ou du rayonnement infrarouge qui chauffe notre planète.

Le Soleil, comme la plupart des étoiles, se comporte approximativement comme un corps noir. Nous allons utiliser ce que nous avons appris pour calculer la température du Soleil, d'abord grâce à la loi de Wien, ensuite grâce à la loi de Stefan. La seconde partie aura un grand intérêt expérimental.

On comparera les valeurs de la température du Soleil obtenues par ces deux méthodes à la valeur connue précisément par les astronomes.

II) Calcul à partir du spectre du soleil

1) Calcul de la température du Soleil

Le Soleil est une immense boule de gaz chauds qui rayonne de l'énergie électromagnétique.

Il est possible d'obtenir expérimentalement le spectre du Soleil.

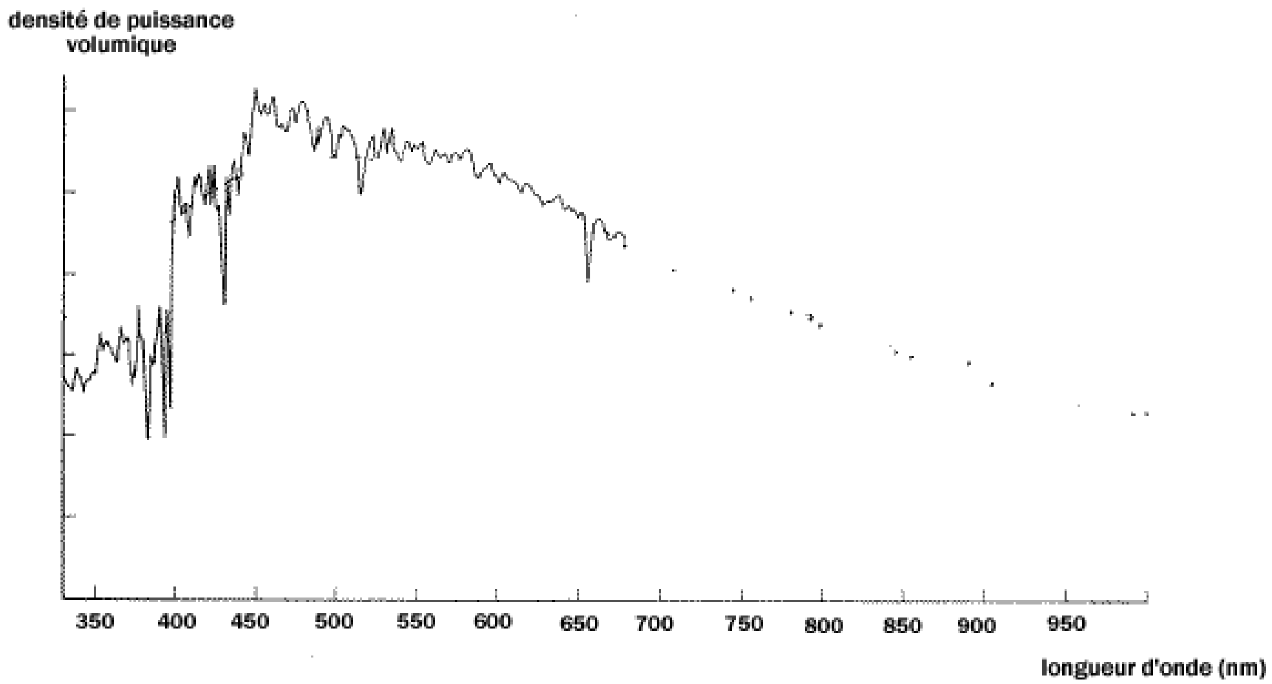


figure 4 : spectre du Soleil

Déterminer à partir de la figure 4 la longueur d'onde λ_m à laquelle on a un pic de densité de puissance.

En utilisant la loi de Wien, en déduire la température de surface du Soleil.

2) Commentaires

La valeur exacte de la température surfacique du Soleil est en fait de 5 800 K. Par notre calcul, on obtient le bon ordre de grandeur mais pas une valeur très précise car le Soleil ne se comporte pas tout à fait comme un corps noir et car il est difficile de déterminer précisément λ_m à partir du spectre expérimental.

Sur le graphe suivant, on a superposé le spectre d'un corps noir idéal de température de surface T = 5 800 K à celui du Soleil.

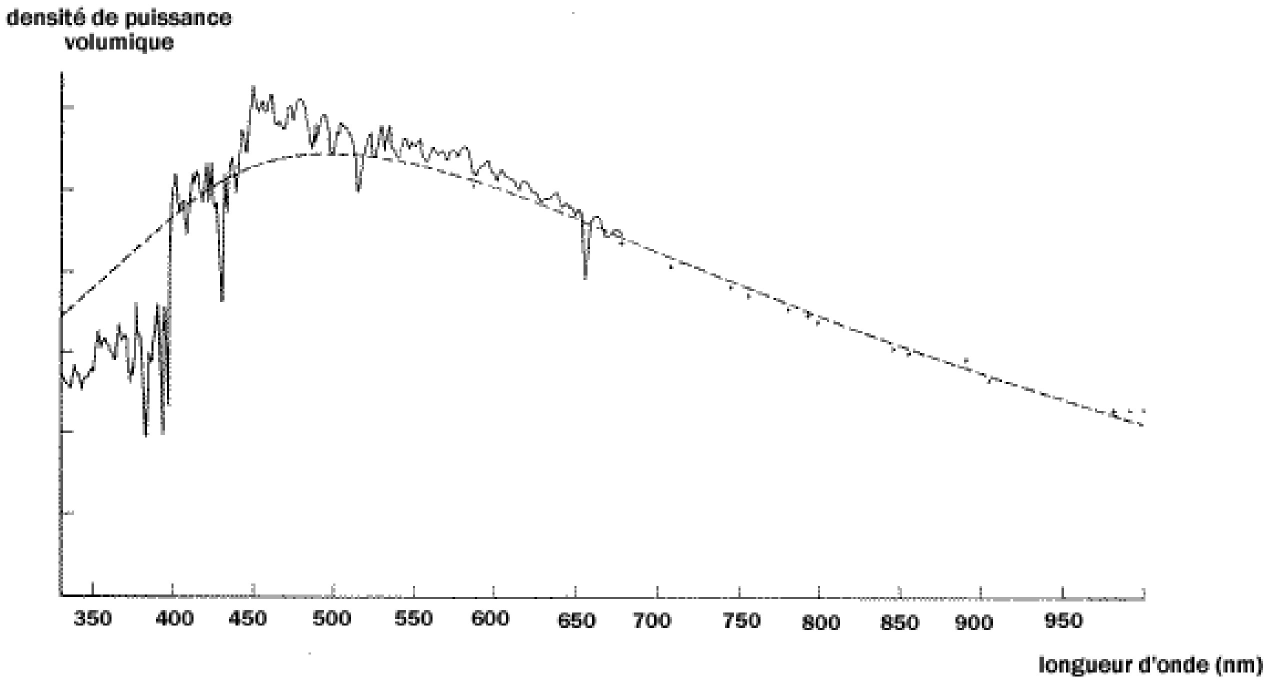


figure 5 : spectres du Soleil et d'un corps noir à T = 5 800 K

On remarque que les deux spectres ont bien la même allure. Néanmoins, le spectre du Soleil présente pour certaines longueurs d'onde des dépressions. Elles correspondent aux bandes d'absorption. Le rayonnement est absorbé à certaines longueurs d'onde particulières, qui dépendent de la composition de l'étoile.

3) Et pour Aldébaran ?

Étudions à présent le spectre (fig. 6) d'une autre étoile, Aldébaran, l'étoile la plus brillante de la constellation du Taureau.

En procédant de la même façon, donner une valeur de la température à la surface d'Aldébaran.

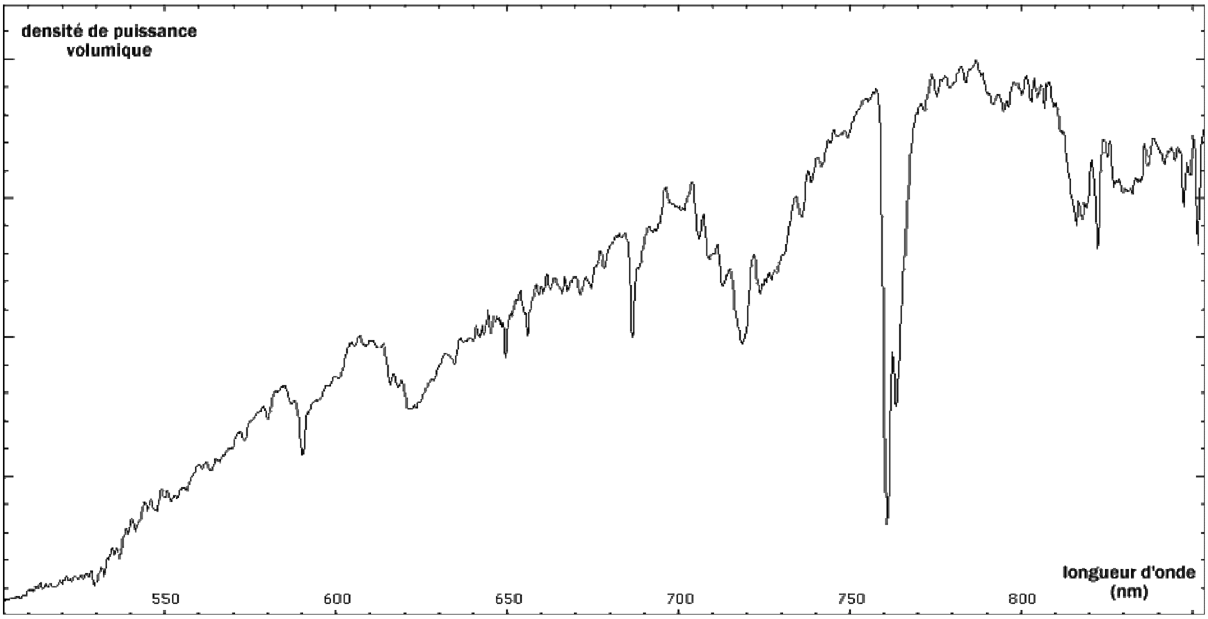


figure 6 : partie du spectre d'Aldébaran

Aldébaran est une étoile plus froide que le Soleil. Elle est plutôt en fin de vie, au stade de géante rouge.

Grâce à la loi de Wien, on peut donc calculer la température de surface de toutes les étoiles, à partir de leur spectre.

On peut aussi trouver la température en superposant le spectre expérimental de l'étoile étudiée avec les graphes théoriques de u(λ,T) de la loi de Planck pour différentes valeurs de la température T et voir pour quelle température on a la meilleure corrélation.

III) Expérience avec une voiture

1) Introduction

Tous ceux qui sont déjà entrés dans une voiture garée au Soleil toute l'après-midi ont un bon aperçu de la chaleur qui peut y régner. En absorbant l'énergie que dégage le Soleil, la température d'une voiture peut facilement atteindre 50 °C. Nous allons construire un modèle théorique qui va nous permettre de déduire de la courbe de température d'une voiture, la température de surface du Soleil.

2) Approche théorique

La température d'une voiture dépend principalement de deux facteurs : le milieu environnant de la voiture et le Soleil. Ces deux sources de chaleur émettent un rayonnement électromagnétique qui excite les molécules de la voiture, ce qui modifie sa température. On considèrera que la température de la voiture est homogène et que le milieu environnant est stable (pas de vent, ni de courants d'air), on supposera donc négligeable les effets de la conduction thermique à l'intérieur de la voiture ainsi que de la convection de l'air ambiant dans les échanges thermiques.

a) Comportement thermique de la voiture à l'abri du Soleil :

Si l'on place une voiture chaude dans un garage frais, il y a un déséquilibre thermique entre la voiture et le milieu qui l'entoure. On modélise la voiture et le milieu environnant comme des corps noirs « imparfaits » de températures respectives T et T_A. Ces deux corps noirs rayonnent selon la loi de Stefan $L=\sigma T^4$ (voir page 8), où L représente la puissance lumineuse par unité de surface et $\sigma = 5{,}67.10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$ est la constante de Stefan. Si l'on appelle S l'aire de la surface de la voiture en contact avec le milieu environnant, alors la voiture émet chaque seconde une énergie $e S \sigma T^4$, où e représente l'*émissivité* de la voiture (capacité à émettre un rayonnement électromagnétique, $0<e\leq 1$, $e=1$ pour un corps noir parfait). Le milieu environnant quant à lui émet chaque seconde une énergie $e_A S \sigma T_A^4$, où e_A représente l'émissivité du milieu environnant ($0<e_A\leq 1$). Soit α l'*absorbance* de la voiture (capacité à absorber le rayonnement électromagnétique, $0<\alpha\leq 1$, $\alpha=1$ pour un corps noir parfait). L'énergie que la voiture cède au milieu environnant chaque seconde peut être exprimée par la puissance P_A :

$$P_A = S\,\sigma[e\,T^4 - \alpha\, e_A T_A^4]$$

Cet échange énergétique pendant une courte durée dt produit un changement de température de la voiture dT tel que $m\,c\,\mathrm{dT} = -P_A\,\mathrm{dt}$ où m est la masse de la voiture et c la capacité calorifique massique de la voiture (capacité de « 1 kg de voiture » à emmagasiner de l'énergie sous forme de chaleur).

On a alors : $m\,c\,\dfrac{d\,T}{d\,t} = S\,\sigma\left[\alpha\,e_A\,T_A{}^4 - e\,T^4\right]$

On peut résoudre cette équation numériquement et ainsi obtenir la courbe de température de la voiture en calculant de proche en proche (Δt est le pas de temps) les valeurs de T(t) à l'aide de la formule suivante :

$$T(t+\Delta t) = T(t) + \frac{S\,\sigma}{m\,c}\left[\left(\alpha\,e_A\,T_A(t)^4 - e\,T(t)^4\right)\right]\Delta t$$

b) Comportement thermique de la voiture exposée au Soleil

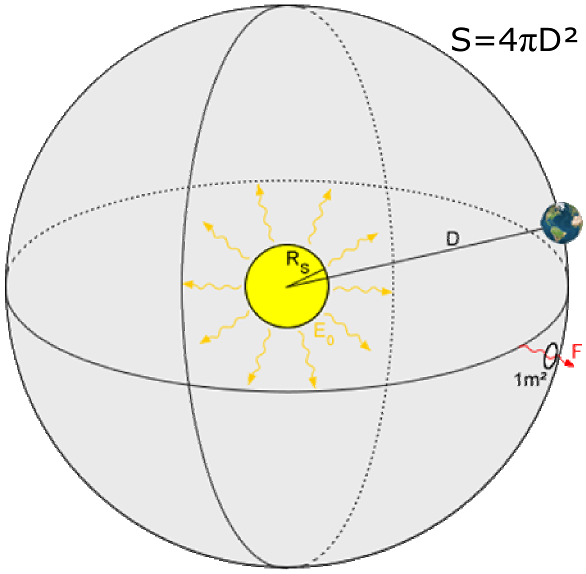


figure 7 : rayonnement issu du Soleil

Le Soleil se comporte comme un corps noir de température de surface T_S. On le modélise par une sphère de rayon R_S (R_S=7,0.10^5 km) située à une distance moyenne D (D=1,5.10^{11} m) de la Terre. La puissance totale émise à la surface du Soleil est :

$$P_0 = 4\,\pi\,R_S{}^2\,\sigma\,T_S{}^4$$

Cette puissance émise est rayonnée de manière isotrope (qui ne dépend pas de la direction) sur une surface sphérique de centre le Soleil.

On appelle *constante solaire* la puissance reçue par une surface de 1m² (on parle alors de flux solaire) à la distance D du Soleil. Elle vaut :

$$F = \frac{P_0}{4\,\pi\,D^2} = \sigma\,T_S{}^4\left(\frac{R_S}{D}\right)^2 = 1{,}37\;k\,W.m^{-2}$$

Cette puissance rayonnée ne nous parvient pas entièrement, 30% se réfléchissent sur l'atmosphère et repartent dans l'espace, 20% sont absorbés par l'atmosphère. Seule une part p=50% de cette puissance atteint la voiture.

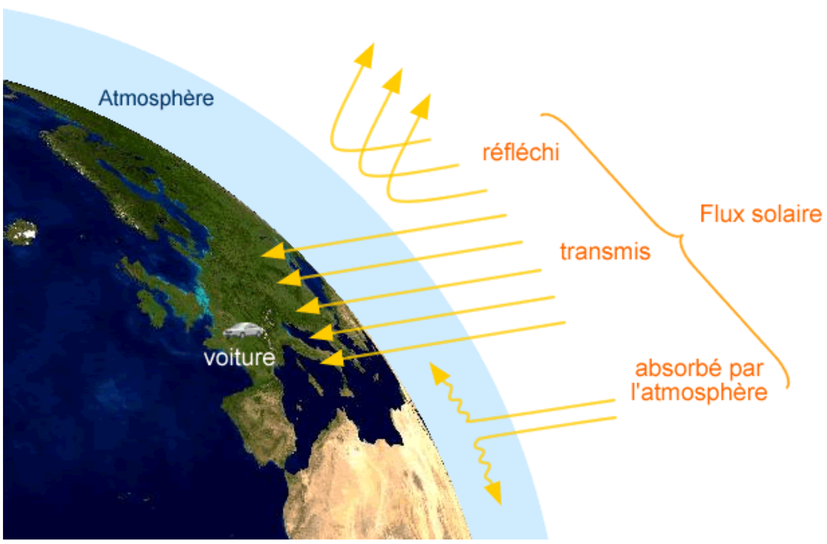


figure 8 : Rayonnement « filtré » par l'atmosphère terrestre

Au final, la puissance du rayonnement solaire par unité de surface qui atteint la voiture devient : $F_V = p\,\sigma\,{T_S}^4\left(\frac{R_S}{D}\right)^2$

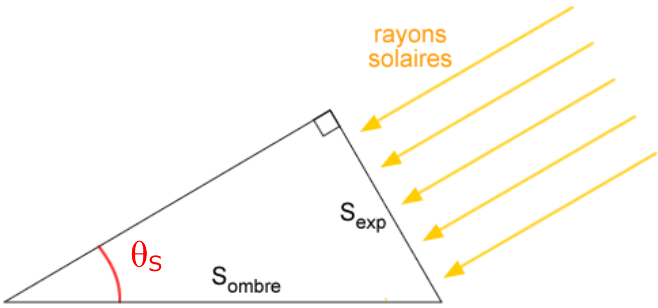


figure 9 : surface exposée au Soleil

On note S_{exp} la surface de la voiture directement exposée au flux solaire. On peut calculer cette surface en mesurant l'altitude du soleil θ_S et la surface S_{ombre} de l'ombre de la voiture sur le sol. On a simplement :

$$S_{\exp} = \sin(\theta_S)\,S_{ombre}$$

Si l'on suppose que l'absorbance de la voiture est la même pour le rayonnement issu du Soleil que pour celui qui est issu du milieu environnant (α), alors la puissance issue du Soleil que reçoit la voiture devient :

$$P_S = \alpha\,S_{\exp}\,p\,\sigma\,{T_S}^4\left(\frac{R_S}{D}\right)^2$$

En garant la voiture au Soleil, on l'expose aux rayonnements du Soleil et du milieu environnant. Pendant une courte durée dt, il se produit un changement de température de la voiture dT tel que : $m\,c\,d\,T = (P_S - P_A)\,d\,t$

On obtient l'équation suivante :

$$m\,c\,\frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{dt}} = S\,\sigma\left[\alpha\,e_A\,{T_A}^4 - e\,T^4\right] + \alpha\,S_{\exp}\,p\,\sigma\,{T_S}^4\left(\frac{R_S}{D}\right)^2$$

<u>Hypothèses simplificatrices</u> :

- À une température T donnée, α(T)=e(T) et varie peu avec la température. On va donc considérer que α=e=constante dans le domaine de température de la voiture pour notre expérience.
- On considère le milieu environnant comme un corps noir (e_A=1).

On obtient finalement les formules de résolution numérique pour le refroidissement dans un garage (a) et pour l'exposition au Soleil (b):

(a) $$T(t+\Delta t) = T(t) + \frac{e\,\sigma}{m\,c}\left[S\left(T_A(t)^4 - T(t)^4\right)\right]\Delta t$$

(b) $$T(t+\Delta t) = T(t) + \frac{e\,\sigma}{m\,c}\left[S\left(T_A(t)^4 - T(t)^4\right) + p\,S_{\exp}\,{T_S}^4\left(\frac{R_S}{D}\right)\right]\Delta t$$

3) Expérience

Par comparaison de courbes théoriques suivant la loi de chauffage au Soleil obtenue précédemment à une courbe de température de la voiture obtenue expérimentalement, on peut déduire une estimation de la température T_S. Mais s'il est facile d'accéder à la surface de la voiture exposée au Soleil S_{exp}, à sa masse m ou à sa surface totale S, il n'est pas évident de connaître sa capacité calorifique massique c et son émissivité e, deux constantes qui apparaissent dans les équations ci-dessus.

C'est pourquoi on ne peut réaliser une expérience qui donnerait directement la température T_S recherchée. Il faut :

- tout d'abord déterminer expérimentalement le rapport c/e, caractéristique de la voiture utilisée.
- utiliser cette valeur pour calculer des courbes théoriques de réchauffement de la voiture garée au soleil et en déduire T_S.

Il vaut mieux disposer d'une voiture qui absorbe bien la lumière du Soleil, donc non réfléchissante. Il faut savoir qu'une voiture poussiéreuse se comporte plus fidèlement comme un corps noir qu'une voiture bien lustrée.

a) Refroidissement de la voiture

Pour déterminer expérimentalement le rapport c/e, on étudie la courbe de refroidissement de la voiture.

- Lors d'une journée particulièrement ensoleillée, garer la voiture non loin du garage, en plein Soleil et laisser la chauffer. Prendre soin de fermer les fenêtres et les bouches d'aération.

- Au bout de quelques heures, placer un des thermomètres dans le garage frais, sans courant d'air (pour éviter la convection qui n'est pas prise en compte dans notre modèle théorique) à environ 5m de l'emplacement de la voiture.

- Placer alors le deuxième thermomètre dans la voiture, mettre la sonde sous un siège ou entre les appuis-tête et veiller à ce que l'on puisse lire la valeur indiquée par le thermomètre à travers une vitre. Rentrer alors la voiture dans le garage, en évitant de faire chauffer le moteur.

- Après une période de refroidissement de 30 minutes et pendant 2-3 heures, effectuer des mesures toutes les 15 minutes des températures T_g du garage et T_v de l'intérieur de la voiture en prenant soin de noter l'heure à laquelle est faite chaque mesure.

Essayer de ne pas fausser le refroidissement de la voiture : pas de déplacement rapide (courants d'air, ventilateur, etc.) ni d'introduction au voisinage de la voiture de corps dont la température n'est pas celle du garage (autres voitures, personnes, chiens, etc.)

- Estimer la masse M de la voiture à partir de son poids à vide (données constructeur), du poids de son chargement et du contenu du réservoir d'essence. Reporter la valeur dans la feuille de résultats p.20.

Indication : la masse volumique de l'essence est de 0,9 kg.L^{-1}

- Calculer l'aire S de la carrosserie de la voiture sans compter l'aire du plancher de la voiture, qui n'intervient pas dans les échanges, ni les pare-brises. Reporter la valeur dans la feuille de résultats p.20.

b) Chauffage de la voiture :

L'expérience précédente nous permet de calculer le coefficient c/e propre à la voiture. Après avoir passé une nuit dans le garage au frais, la voiture est revenue à la température du garage. C'est donc le lendemain que l'on va pouvoir garer la voiture au Soleil pour la faire chauffer, à condition qu'il n'y ait pas de gros nuages dans le ciel.

Au midi solaire, comme les rayons issus du Soleil traversent une plus petite épaisseur d'atmosphère, ils sont moins absorbés et chauffent plus intensément la voiture. Il faut donc se placer dans ces conditions pour être le plus fidèle à notre modèle théorique.

- Dans la voiture encore au garage, placer le premier thermomètre comme dans l'expérience précédente. Fermer les fenêtres et les bouches d'aération.

- A l'extérieur, placer le second thermomètre à quelques mètres de distance, à l'ombre (d'un arbre par exemple).

- 45 minutes avant le midi solaire, placer la voiture ainsi préparée en plein Soleil, à un endroit dégagé et sans mouvement d'air.

Tout comme pour l'expérience précédente, la présence de courants d'air ou d'une légère brise ce jour là peut fausser les résultats en accentuant le phénomène de convection. Effectuer l'expérience sans mouvement d'air donnera de meilleurs résultats.

- Pendant 90 minutes, effectuer des mesures de température T_v de la voiture et T_e de l'air extérieur toutes les 5 minutes.

- Altitude du Soleil au midi solaire :(3 possibilités)

précision

Option 1 : Mesurer la hauteur du Soleil θ_S à l'aide d'une toise plantée verticalement (utiliser le fil à plomb) en mesurant sa hauteur et la longueur de son ombre. Utiliser de préférence une très grande toise pour obtenir une précision suffisante.

Option 2 : Mesurer avec précision l'altitude du Soleil θ_S lors du transit à l'aide d'une lunette méridienne correctement mise en station.

Option 3 : Trouver l'altitude du Soleil θ_S lors du midi solaire dans des éphémérides.

- Au midi solaire, calculer l'aire de l'ombre de la voiture sur le sol à l'aide du mètre. Reporter votre mesure dans la feuille de résultats p.20.

Astuce : utiliser une craie sur le bitume pour délimiter l'ombre et effectuer la mesure après avoir enlevé la voiture.

Au midi solaire, l'altitude du Soleil étant quasi-constante, on peut considérer que cette aire est constante durant la durée de l'expérience.

- En déduire la surface de la voiture exposée au Soleil S_{exp}. Noter la valeur obtenue dans la feuille de résultats p.20.

4) Exploitation des résultats

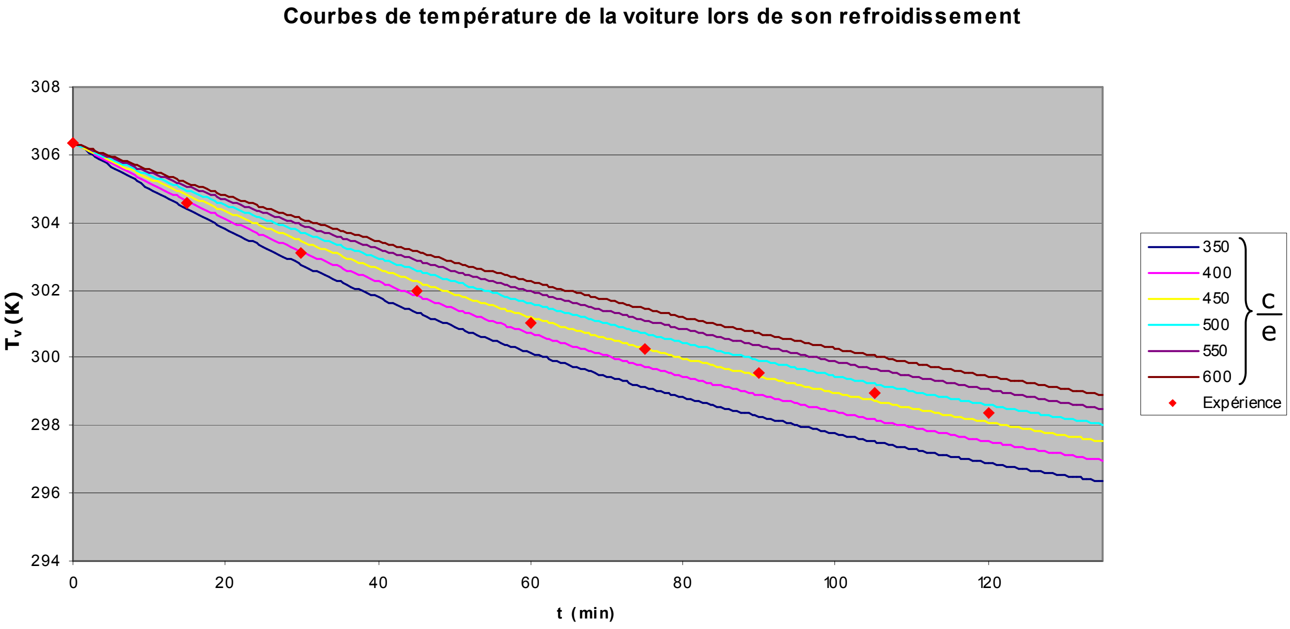
a) Calcul du rapport c/e

- A partir de l'équation $T(t+\Delta t) = T(t) + \frac{e\,\sigma}{m\,c}\left[S\,(T_A(t)^4 - T(t)^4)\right]\Delta t$

calculer les séries de températures théoriques obtenues pour différentes valeurs du rapport c/e (de 50 en 50 $J.kg^{-1}.K^{-1}$) à l'aide d'une calculatrice scientifique ou d'un ordinateur muni d'un tableur (type Excel) en prenant :
  - T(t=0) = première valeur obtenue expérimentalement.
  - Δt = 0,5 min

Attention : pour les calculs, penser que les températures doivent être en Kelvins, et non pas en degrés Celsius.

- Tracer les courbes de température en fonction du temps obtenues théoriquement et y superposer vos mesures expérimentales du refroidissement de la voiture.



- Estimer la valeur du rapport c/e pour lequel la courbe théorique se rapproche le plus de vos mesures expérimentales. Noter le rapport c/e caractéristique de la voiture ainsi obtenu dans la feuille de résultats p.20.

> *Note : La valeur de c/e est, pour une voiture, de l'ordre de 500 $J.K^{-1}.kg^{-1}$*

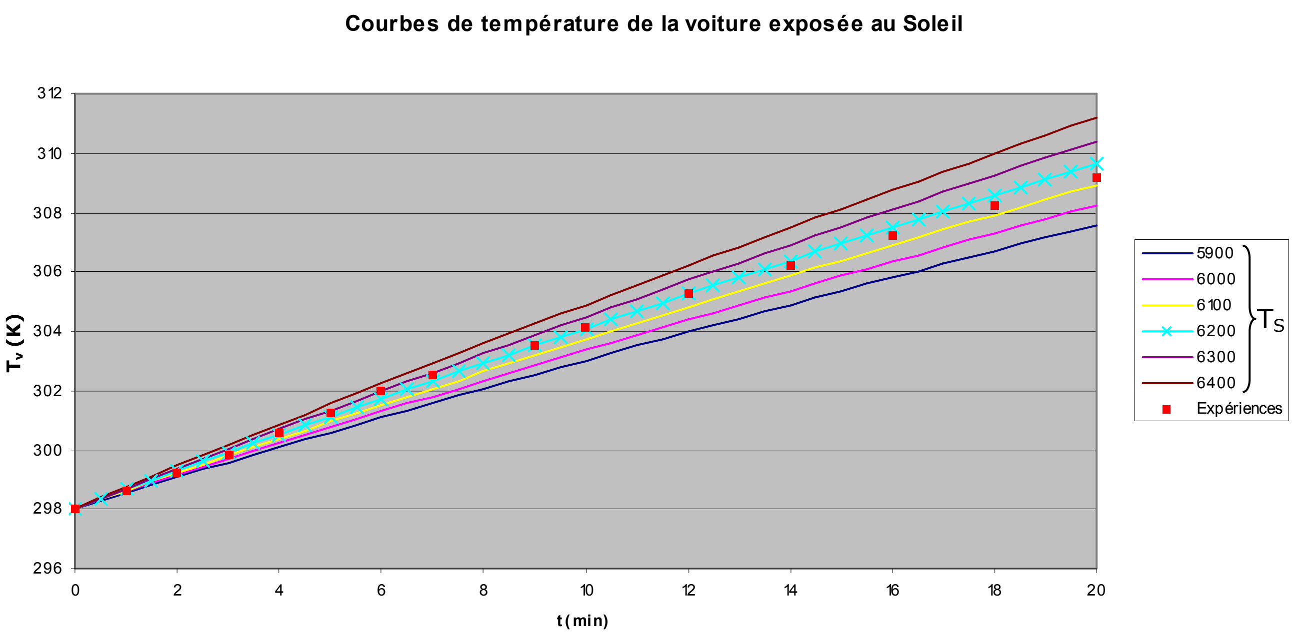
b) Température de surface du Soleil

A partir de l'équation $T(t+\Delta t) = T(t) + \frac{e\,\sigma}{m\,c}\left[S\left(T_A(t)^4 - T(t)^4\right) + p\,S_{\exp}\,T_S^{\,4}\left(\frac{R_S}{D}\right)\right]\Delta t$

calculer les séries de températures théoriques obtenues pour différentes valeurs de T_S (de 100 K en 100 K) à l'aide d'une calculatrice scientifique ou d'un ordinateur muni d'un tableur (type Excel) en prenant :

- T(t=0) = première valeur obtenue expérimentalement.
- Δt = 0,5 min

Tracer les courbes de température en fonction du temps obtenues théoriquement et y superposer vos mesures expérimentales du chauffage de la voiture.



Estimer la valeur de T_S pour lequel la courbe théorique se rapproche le plus de vos mesures expérimentales. Noter votre valeur dans la feuille de résultats p.20.

Sachant que la température de surface du Soleil est d'environ 5 800 K, calculer le pourcentage d'erreur de votre résultat. Quelles peuvent être les causes d'une telle imprécision ?

Feuille de résultats

Refroidissement de la voiture :

Informations sur la voiture :

Modèle	
Masse **M**	kg
Surface de carrosserie **S**	m²
Rapport c/e	$J.kg^{-1}.K^{-1}$

Chauffage de la voiture :

Altitude du Soleil au transit	°
Surface exposée S_{exp}	m²

Température de surface du Soleil :

Estimation de T_S	K

Pourcentage d'erreur	%

Annexe A
Données expérimentales

A titre d'exemple, on fournit les données expérimentales obtenues les 6 et 7 juin 2006 à Boulogne-Billancourt (92).

Refroidissement de la voiture (6 Juin) :

t (min)	T_V (K)	T_G (K)
0	308,9	292,5
15	306,3	292,7
30	304,5	292,7
45	303,05	293,3
60	301,9	293,2
75	301	293,3
90	300,2	292,9
105	299,5	293,1
120	298,9	293,3
135	298,3	293

Tableau A : Données expérimentales du refroidissement de la voiture

Voiture :
- Modèle :
  - Passat (Volkswagen)
- Masse :
  - M = 1 380 kg
- Surface :
  - S = 13,9 m²

Chauffage de la voiture (7 Juin) :

Heure locale lors du midi solaire	13h 49min
Altitude du Soleil au transit	64,3°
Surface exposée S_{exp}	6,59 m²

heure	t (min)	T_{exp} (K)	$T_{air\ ambiant}$ (K)
13:29:00	0	298	
13:30:00	1	298,6	**299,4**
13:31:00	2	299,2	**299,6**
13:32:00	3	299,8	
13:33:00	4	300,5	**299,5**
13:34:00	5	301,2	**299,5**
13:35:00	6	301,9	
13:36:00	7	302,5	
13:38:00	9	303,5	
13:39:00	10	304,1	**299,3**
13:41:00	12	305,2	**298,5**
13:43:00	14	306,2	**298,8**
13:45:00	16	307,2	
13:47:00	18	308,2	**298,7**
13:49:00	20	309,1	**298,8**
13:52:00	23	310,3	**298,8**
13:54:00	25	310,8	
13:57:00	28	311,4	**299,5**
13:59:00	30	312,2	**299,2**
14:01:00	32	312,8	
14:03:00	34	313,3	**299,2**
14:05:00	36	314	**298,5**
14:07:00	38	314,3	
14:09:00	40	314,9	**298,1**
14:11:00	42	315,4	**298,4**
14:14:00	45	315,9	**298,8**
14:16:00	47	316,2	**298,7**
14:18:00	49	316,6	
14:20:00	51	316,9	**299,3**
14:22:00	53	317,2	
14:24:00	55	317,6	

Tableau B : Données expérimentales du chauffage de la voiture au Soleil

Annexe B
Calcul de la loi de Wien

La loi de Planck donne la luminance monochromatique.

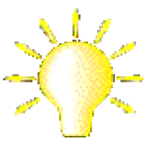
$$u(\lambda,T) = \frac{1}{\lambda^5}\frac{2hc^2}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1}$$

Dans le cas où les ondes électromagnétiques se propagent dans un milieu non dispersif, la vitesse c ne dépend pas de la longueur d'onde λ.

On a vu que le profil de L(λ) présentait un pic pour une certaine longueur d'onde en fonction de la température.
On va dériver L_λ par rapport à λ et chercher les zéros de la dérivée pour savoir à quelle longueur d'onde la luminance est extrémale.

- Calculer cette dérivée en utilisant les lois de la dérivation de produits.
- Simplifier l'équation obtenue et poser $x = \frac{hc}{\lambda kT}$ pour arriver à l'équation $(x-5)\,e^x + 5 = 0$ qui a comme solution x = 4,96.
- En déduire la longueur d'onde λ_m du pic : $\lambda_m = \frac{hc}{4{,}96\,k\,T}$
- Et retrouver la loi et la constante de Wien : $\lambda_m = \frac{2{,}898.10^{-3}}{T}$

On donne :
la constante de Boltzmann k
la constante de Planck h
la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide c



Indications pour le calcul de la dérivée :

On peut poser :

$$g(\lambda) = \frac{1}{\lambda^5} \qquad C = 2hc^2 \qquad u(\lambda) = \exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1 \qquad f(\lambda) = \frac{2hc^2}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1} = \frac{C}{u(\lambda)}$$

et vérifier que les lois de la dérivations donnent :

$$\frac{dL(\lambda)}{d\lambda} = f\frac{dg}{d\lambda} - g\frac{C}{u^2}\frac{du}{d\lambda}$$

On calcule cette dérivée composée et on factorise par le terme non nul : $\frac{1}{\lambda^6}\frac{2hc^2}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1}$

On pose : $x = \frac{hc}{\lambda\, kT}$

Et on remarque que l'équation peut s'écrire : $(x-5)e^x + 5 = 0$

La solution de cette équation a été trouvée à l'aide d'une calculatrice scientifique.

On en déduit la valeur de λ qui annule la dérivée. Pour cette longueur d'onde, on a un extremum de la luminance. En l'occurrence cet extremum est un maximum.

Annexe C
Calcul de la loi de Stefan

On repart de la loi de Planck : $u(\lambda,T) = \frac{1}{\lambda^5}\frac{2hc^2}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1}$

On intègre u pour T fixé sur toutes les longueurs d'onde.

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT})-1} d\lambda$$

On fait un changement de variable en posant : $x = \frac{hc}{\lambda kT}$

Réécrire I sous la forme :

$$I = 2hc^2 \left(\frac{kT}{hc}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{\exp(x)-1} dx$$

On a : $I = ctse \times T^4$

Il est possible de calculer l'intégrale $\int_0^\infty \frac{x^3}{\exp(x)-1}dx$

On trouve alors la constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}$

$L = \sigma T^4$ où L représente la puissance lumineuse totale du corps noir par unité de surface.