

Mesure du système solaire



Sommaire

- Mesure des grandeurs du Soleil et de la Lune par Aristarque
A partir de la 2^{nde} p.2
- Mesure du rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène
A partir de la 3^e p.11
- Mesure de la distance du Soleil par la méthode de Halley
A partir de la 2^{nde} p.14
- Calcul de la masse et de la température du Soleil
A partir de la Terminale p.18
- Calcul du diamètre angulaire de la Lune avec un télescope
A partir de la 3^e p.20

Mesure historique des distances et tailles du Soleil et de la Lune par Aristarque



Fig 1 : Visage d'Aristarque sculpté

Par de simples considérations géométriques et quelques observations, le savant grec Aristarque de Samos fit les premières mesures des rayons et distances du Soleil et de la Lune en 280 av. JC.

Contrairement à certains de ses contemporains, il considérait, et à juste titre, que la Terre, la Lune et le Soleil étaient sphériques.

Nous allons étudier les autres hypothèses posées par Aristarque et les conclusions qu'il en a tirées.

Extrait de la première traduction en français du Traité sur les grandeurs et les distances du soleil et de la lune d'Aristarque de Samos :

Hypothèses d'Aristarque :

- 1. La lune reçoit sa lumière du soleil*
- 2. La terre peut être considérée comme un point, et comme le centre de l'orbite de la lune.*
- 3. Lorsque la lune nous paraît dikhotome (coupée en deux portions égales), elle offre à nos regards son grand cercle qui détermine la partie éclairée et la partie obscure de cet astre.*
- 4. Lorsque la lune nous paraît dikhotome, sa distance du soleil est moindre du quart de la circonférence, de la trentième partie de ce quart.*
- 5. La largeur de l'ombre est de deux lunes.*
- 6. L'arc soutendu dans le ciel par la lune est la quinzième partie d'un signe.*

La première hypothèse ne surprendra personne. La Lune, tout comme la Terre, reçoit sa lumière de la source principale qu'est le Soleil et la réfléchit partiellement.



Pouvez-vous éclaircir ou justifier la deuxième hypothèse ?

La cinquième hypothèse est relative à l'observation d'une éclipse de Lune. Lors d'une éclipse de Lune, la Terre est intercalée entre le Soleil et la Lune. Quand elle passe dans l'ombre de la Terre, la Lune s'éclipse.

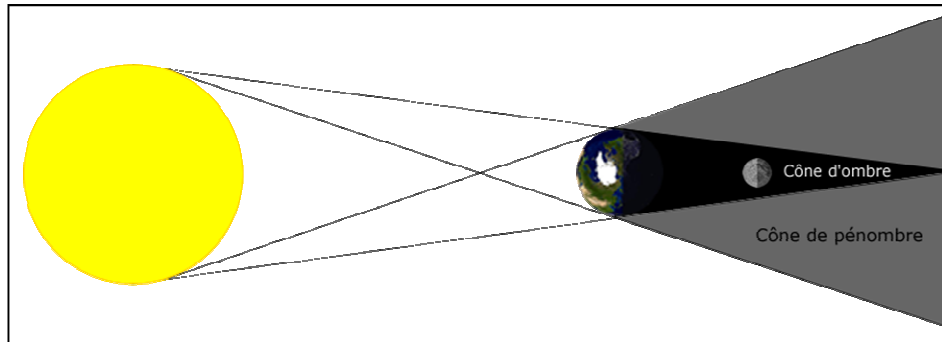


Fig 2 : éclipse de Lune

Les éclipses n'ont pas lieu tous les mois à chaque pleine Lune car le Soleil, la Terre et la Lune ne sont en général pas parfaitement alignés du fait que les orbites de la Terre et de son satellite naturel ne se situent pas sur un même plan. L'orbite de la Lune est en effet inclinée par rapport au plan de l'écliptique (plan qui contient l'orbite terrestre et le Soleil) d'un angle de 5° .

C'est par un dessin de notre satellite partiellement éclipsé qu'Ariscarque mesura le rapport entre le rayon de l'ombre de la Terre projetée sur la Lune et le rayon lunaire. Il estima grosso modo que le rayon de l'ombre était le double du rayon lunaire.



Activité pratique :

Vous allez refaire vous-même l'estimation du rapport entre le rayon de l'ombre et le rayon de la Lune à partir de la photographie de l'éclipse de Lune (annexe p.10).

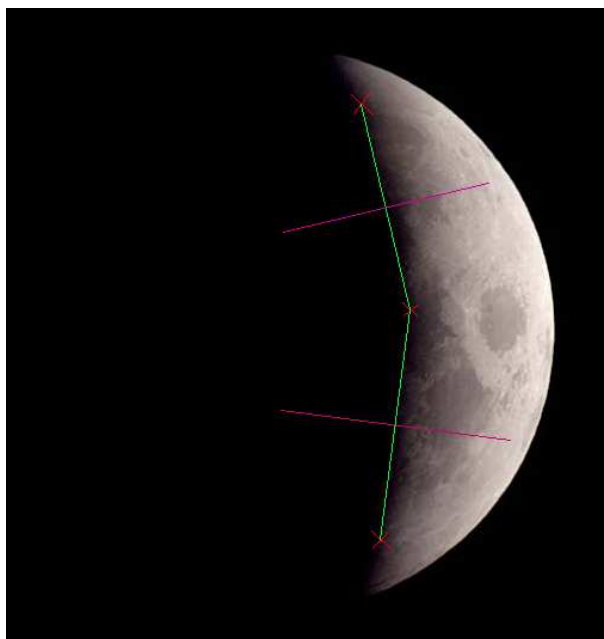


Fig 3 : exemple de construction

Méthode :



Choisissez 3 points sur ce que vous estimez être la frontière ombre/lumière et tracer deux segments joignant ces points deux à deux.

Tracez au compas la médiatrice de chacun des segments.

Le point d'intersection des médiatrices est le centre du disque d'ombre.



Ce tracé est difficile !

La frontière ombre/lumière n'est pas franche.

Il faut placer les points soigneusement et judicieusement. Le mieux est d'en placer deux aux extrémités opposées et un vers le centre sur l'arc de cercle.

Ne pas hésiter à refaire le tracé si le centre obtenu n'est pas satisfaisant.



Procéder de la même façon pour trouver le centre du disque lunaire.



Trouver en centimètres les rayons des disques d'ombre et de Lune.



En déduire le rapport cherché et comparer au rapport trouvé par Aristarque.

Apprécier les apports de la technologie !



Vous pouvez utiliser votre propre photographie de la Lune partiellement éclip­sée.

Des logiciels tels qu'Iris permettent de faire une détection de contours circulaires grâce à la commande 'circle' et donnent directement les rayons correspondants. Il faut choisir avec soin la valeur de l'intensité correspondant à la frontière ombre/lumière.

Dans la sixième hypothèse, Aristarque donne son estimation du diamètre angulaire de la Lune dans le ciel. Le diamètre angulaire est l'angle sous lequel nous apparaît le diamètre de la Lune.

On précise que, traditionnellement, la voûte céleste comprend 12 signes zodiacaux. Les 360° d'horizon sont divisés en 12 zones qui correspondent à ces signes zodiacaux.



Exprimer en degrés, le diamètre angulaire de la Lune qu'avait trouvé Aristarque.

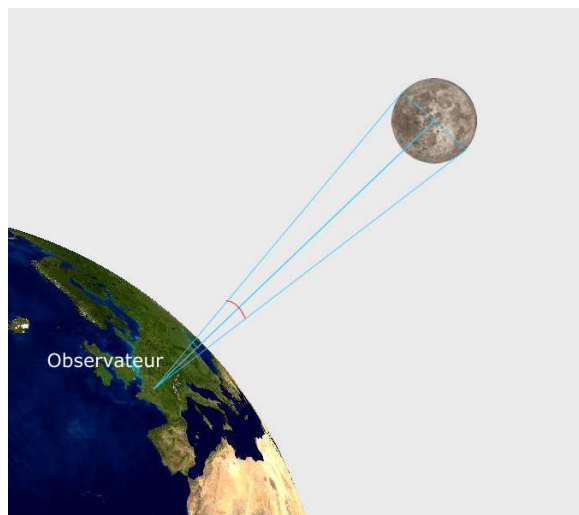


Fig 4 : la Lune observée depuis Paris, en rouge est indiqué le diamètre angulaire



Calculer en fonction du rayon lunaire la distance entre la Terre et la Lune.



Attention entre rayon et diamètre !

Dans les troisième et quatrième hypothèses, Aristarque évoque la Lune « dikhotome », c'est-à-dire la Lune quand elle est au quartier. Elle est alors éclairée sur exactement sa moitié.

Il explique que quand la Lune est « dikhotome », l'angle Soleil-Terre-Lune est légèrement plus petit qu'un quart d'une circonférence. Il est égal à un quart de circonférence moins un trentième d'un quart de circonférence.

L'angle β sur la figure 6 vaut donc un trentième d'un angle droit soit 3° . En fait, aux premier et dernier quartiers, le Soleil, la Terre et la Lune ne forment pas un angle droit en la Terre mais en la Lune.

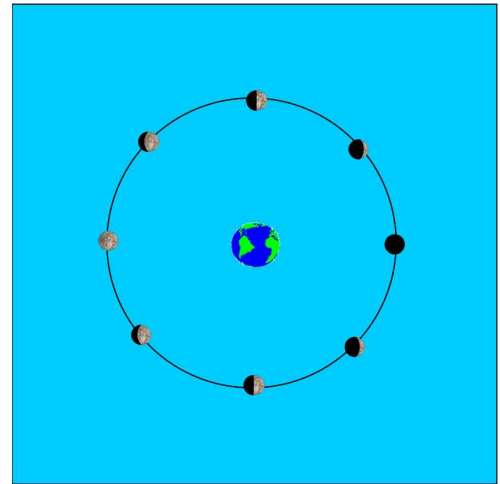


Fig 5 : les lunaisons

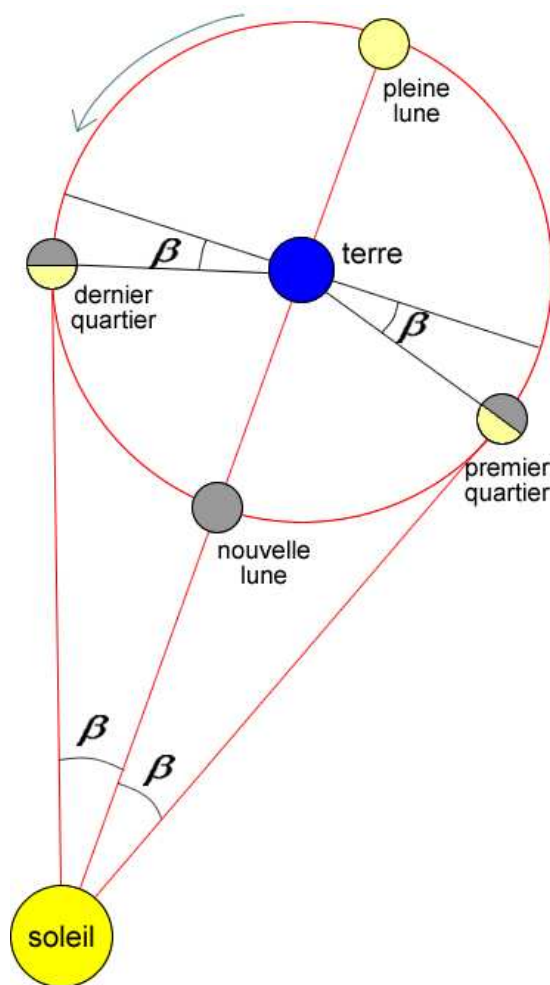




Fig 6 : configuration étudiée par Aristarque

-  On remarquera à l'aide de la figure que cet angle β est aussi l'angle au sommet le centre du Soleil.
-  Exprimer la distance Terre-Soleil en fonction de la distance Terre-Lune et de l'angle β , puis en fonction du rayon lunaire.

Aristarque calcula ensuite la taille du Soleil. Cela ne lui demanda aucune mesure et presque aucun calcul car il connaissait et comprenait le phénomène des éclipses de Soleil.

Lors d'une éclipse de Soleil, c'est la Lune qui est intercalée entre la Terre et le Soleil. Quand le disque lunaire ne recouvre pas entièrement le disque solaire et que l'on peut encore observer un fin anneau de Soleil, on parle d'éclipse annulaire. Dans le cas des éclipses totales, le disque lunaire vu depuis la Terre se superpose au disque solaire pendant quelques secondes ou plus.



Fig 7 : éclipse annulaire

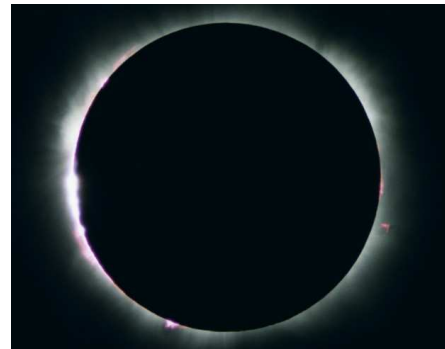


Fig 8 : éclipse totale

Aristarque écrit :

.....
Lorsque le soleil est entièrement éclipsé, un même cône, ayant son sommet à notre œil, comprend le soleil et la lune.

En effet, lorsque le soleil est entièrement éclipsé, c'est à cause de l'opposition de la lune. Le soleil tombe donc dans le cône comprenant la lune qui a son sommet en notre œil. Car, ou le soleil est renfermé dans ce cône, ou il l'excède, ou il est dépassé par lui. S'il l'excède, il ne sera pas éclipsé en entier, et la partie excédante restera en vue ; s'il est dépassé par lui, l'éclipse continuera jusqu'à ce que la partie qui le dépasse dans le cône ait été parcourue. Mais il est éclipsé tout entier, et lorsqu'il a été éclipsé un instant, il cesse aussitôt de l'être. Donc il ne dépasse point le cône, et n'est pas dépassé par lui. Il est conséquemment exactement compris et renfermé dans le cône qui comprend la lune et qui a son sommet à notre œil.

(Extrait de la proposition IX du Traité sur les grandeurs et les distances du soleil et de la Lune d'Aristarque de Samos)

.....
Pour Aristarque, les éclipses de Soleil sont telles que le rayon apparent du Soleil est exactement le même que celui de la Lune. Ces éclipses parfaites ont lieu à l'instant où les disques solaire et lunaire se superposent à l'œil de l'observateur.

Les phénomènes des éclipses montrent que les rayons apparents du Soleil et de la Lune sont à peu près équivalents. Et on peut dire qu'en moyenne ils sont égaux.



A l'aide du théorème de Thalès, exprimer le rapport des rayons solaire et lunaire.

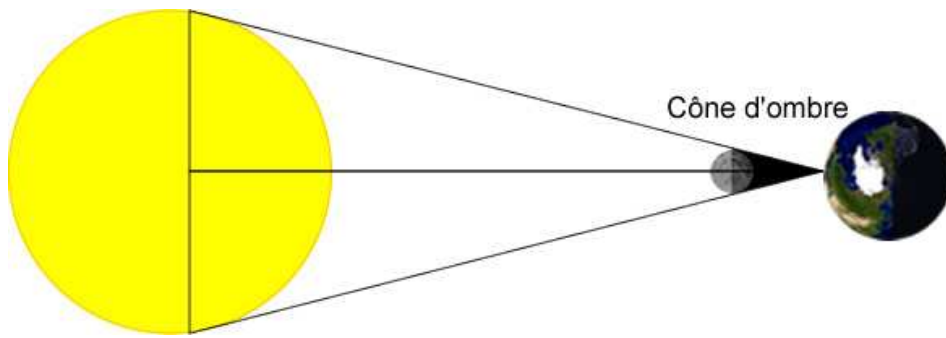







Fig 9 : éclipse de Soleil

On connaît à ce stade les différentes grandeurs en fonction du rayon lunaire et du rayon terrestre. On va donc chercher à exprimer le rayon lunaire en fonction du rayon terrestre.

On se reportera à la figure 10 page 8 qui représente la Terre, le Soleil et la Lune dans deux configurations. La première est celle d'une éclipse de Soleil, la seconde est celle d'une éclipse de Lune.

-  En appliquant le théorème de Thalès dans les triangles GNM et GHS puis dans les triangles NGD et NHT, montrer que $\frac{NG}{HG} = \frac{MN}{HS} = \frac{ND}{TD}$
-  Exprimer HS en fonction de MN et du rapport ND/TD, puis simplifier en prenant la valeur de ce rapport trouvé dans les questions précédentes.
-  Montrer à l'aide du théorème de Thalès que $PR + TS = 2 MN$.
-  En déduire HT en fonction de MN selon que PR/HT vaut la valeur trouvée par Aristarque ou la valeur que vous avez vous-même trouvée dans l'activité pratique.
-  Conclure sur les valeurs des rayons et distances de la Lune et du Soleil.

Au III^{ème} siècle av JC, on ne connaissait pas encore la trigonométrie. Les calculs d'Aristarque étaient plus compliqués. Pour chaque rapport de distance qu'il cherchait à calculer, il n'avait pas une valeur exacte mais une limite inférieure et une limite supérieure.

Dans son traité, il montre que :

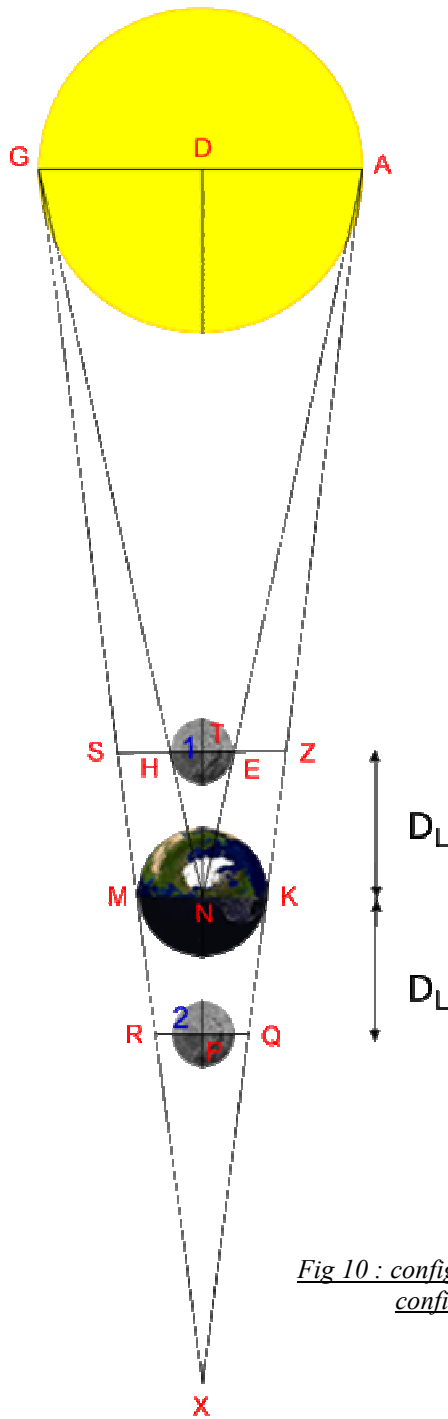
.....
Le diamètre du soleil est au diamètre de la terre en plus grande proportion que 19 à 3, et en moindre que 43 à 6.

.....
Le diamètre de la terre est au diamètre de la Lune en plus grand rapport que celui de 108 à 43, moindre que celui de 60 à 19.

.....

-  Comparer avec les valeurs précédemment trouvées.

En vérité, on sait aujourd'hui que les rayons lunaire et solaire sont $R_L = 0,27 R_T$ et $R_S = 109 R_T$ et que les distances moyennes de la Lune et du Soleil à la Terre sont $D_L = 59 R_T$ et $D_S = 23\,455 R_T$.



*Fig 10 : configuration 1 = éclipse de Soleil
configuration 2 = éclipse de Lune*

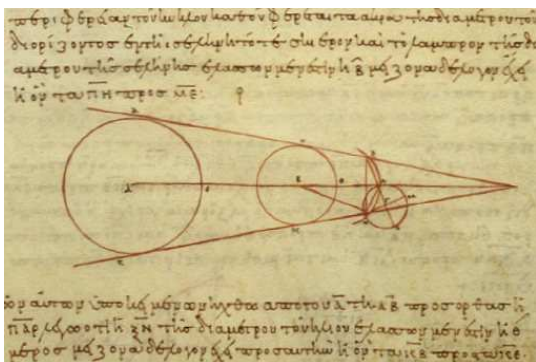


Fig 11 : figure géométrique originale d'Aristarque

On a vu qu'Aristarque avait sous-estimé la taille de l'ombre terrestre sur la Lune éclip­sée. Il s'était aussi trompé sur la taille de la Lune dans le ciel. En vérité, le diamètre angulaire de la Lune est d'environ un demi degré.

L'angle β est bien plus faible que 3° et est difficilement mesurable, même avec un bon télescope. Théoriquement, pour le calculer, il faudrait mesurer l'écart entre les instants précis des premiers et derniers quartiers de la Lune.



Si l'on mesure un délai Δt_1 entre premier quartier et dernier quartier et un écart Δt_2 entre ce dernier quartier et le premier quartier suivant, que l'on considère que la Lune a un mouvement régulier, que l'on donne la période de révolution sidérale de la Lune autour de la Terre $T = 27j\ 7h\ 43min$, pouvez-vous calculer l'angle β ?

En dépit de mesures plutôt grossières, Aristarque comprit l'essentiel, à savoir que le Soleil était bien plus gros que la Terre et bien plus éloigné que tous ses contemporains l'imaginaient. Il fut le premier à penser qu'il serait plus logique que ce soit la Terre qui tourne autour du Soleil et non l'inverse.

Ses pairs ne furent pas du tout convaincus. Leur argument face à Aristarque était l'absence de parallaxe du Soleil. A une même date, deux observateurs placés en deux points distants à la surface terrestre auraient dû voir le Soleil en deux positions différentes du ciel.

En fait la parallaxe du Soleil n'est pas observable à l'œil nu, elle est trop faible car le Soleil est encore beaucoup plus loin que l'avait calculé Aristarque.



Pour comprendre ce qu'est la parallaxe, fixez votre index placé à 10 cm devant votre visage, successivement de l'œil gauche et de l'œil droit. Vous le voyez à deux positions différentes par rapport aux autres objets situés en arrière-plan dans votre champ de vision. Vous remarquez que si vous tendez le bras l'écart de position de votre doigt, c'est-à-dire sa parallaxe, est bien plus faible.

Pendant des siècles, c'est la vision géocentrique qui a fait autorité. Ce n'est qu'aux XVI^{ème} et XVII^{ème} siècles, avec Copernic et Galilée, qu'émergea de nouveau la vision héliocentrique du monde.



Le géocentrisme place la Terre au centre de l'univers. Dans cette conception qui date de l'Antiquité, les planètes et le Soleil tournent autour de la Terre. Au contraire, l'héliocentrisme place le Soleil au centre du système solaire et au foyer des orbites de toutes les planètes.

Notons qu'Aristarque exprima les tailles et distances du Soleil et de la Lune en fonction du rayon terrestre, dont on ne connaissait pas encore la mesure en 280 av. JC. A sa suite, en 205 av. JC, Ératosthène calcula le rayon terrestre de façon très astucieuse

ANNEXE



Mesure du rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène

1) Présentation de la mesure d'Ératosthène

En 205 avant JC, le savant Ératosthène de Cyrène fut le premier à mesurer précisément la Terre. Il remarqua que chaque année, le jour du solstice d'été, à midi, les rayons du Soleil tombaient verticalement sur la ville de Syène (aujourd'hui Assouan, en Égypte), si bien qu'ils y éclairaient complètement le fond d'un puit ; tandis qu'au même instant, dans la ville d'Alexandrie, située un peu plus au nord sur le même méridien, il se formait une ombre au pied des obélisques.

Il supposa que la Terre était de forme sphérique et que le Soleil était suffisamment distant pour que l'on puisse considérer que les rayons solaires arrivent parallèles sur la Terre. Il effectua une mesure précise de l'ombre au pied d'un gnomon (tige verticale plantée sur un plan horizontal et de hauteur connue) et obtint comme valeur de l'angle entre le gnomon et les rayons solaires $\alpha = 1/50^\circ$ de cercle.

Il mesura également la distance D séparant le puit de Syène et le gnomon d'Alexandrie avec des toises ! Il estima que D valait 5 000 stades.

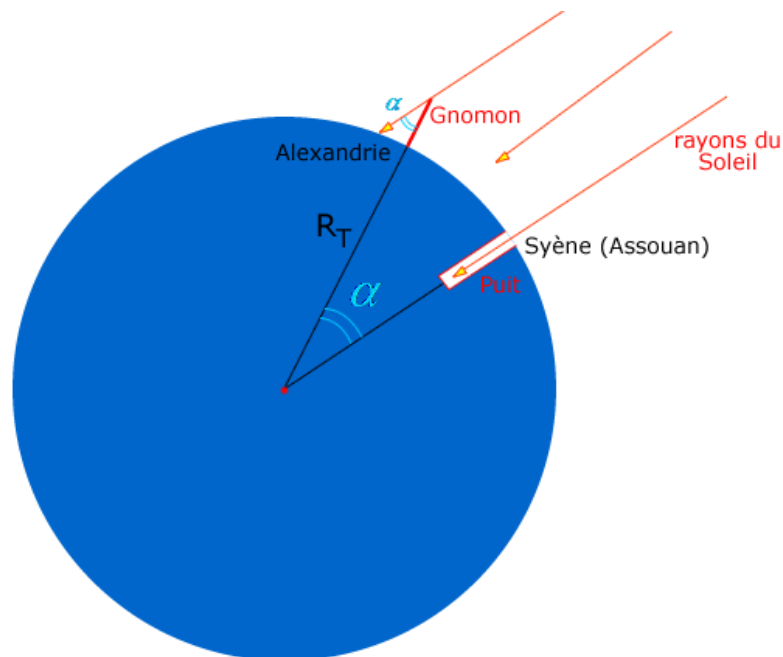





fig.1 : Expérience d'Ératosthène en 205 avant JC.

-  A partir des mesures obtenues par Ératosthène, calculer la circonférence de la Terre en stades.
-  Ératosthène avait pris comme référence le stade d'Olympie, long de 157,5 de nos actuels mètres. En déduire la valeur du rayon terrestre qu'avait trouvé Ératosthène en kilomètres.
-  Commenter la précision obtenue.



La valeur moyenne du rayon terrestre est de 6 378 km.

2) Activité pratique : mesurez vous-même le rayon terrestre



Cette activité ne peut se réaliser que dans le cadre d'une collaboration entre deux équipes distantes se trouvant quasiment sur le même méridien (consulter au besoin un atlas géographique) et prêtes à réaliser simultanément des mesures d'altitude du Soleil.

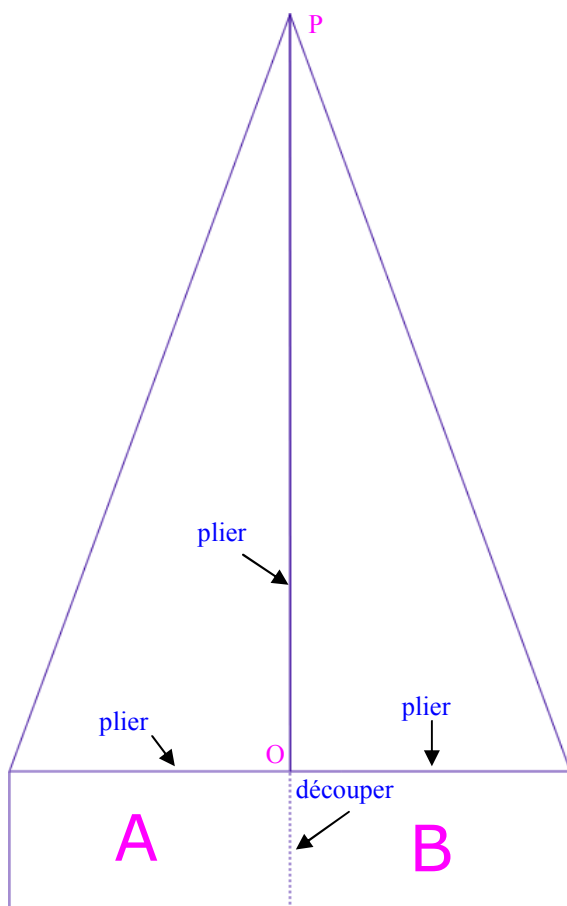


fig.2 : patron d'un gnomon

Mesures d'altitude du Soleil



Disposer au Soleil une planche parfaitement à l'horizontal (utiliser un niveau à bulle par exemple) et y placer une grande feuille de papier.



Après avoir reproduit le patron ci-contre sur du papier cartonné, coller sur la feuille les rectangles A et B pour que l'arête [OP] soit bien verticale.

Plus le gnomon est grand, plus le résultat sera précis.



Entre 10h et 14h (à l'heure solaire), marquer fréquemment au crayon les positions de l'ombre du sommet du gnomon sur la feuille en notant l'heure de la mesure.



En France, pour obtenir très approximativement l'heure solaire, retirer 2 heures en été et 1 heure en hiver à votre montre.

Au midi solaire, la longueur de l'ombre du gnomon est minimale et la hauteur du Soleil dans le ciel est maximale.



Relier vos points expérimentaux par une courbe et estimer sur cette courbe le point P' le plus proche du pied du gnomon.



Mesurer le plus précisément possible la distance [OP'] qui sépare ce point du pied du gnomon ainsi que la hauteur [OP] du gnomon.






En appliquant une formule de trigonométrie, calculer la valeur de l'angle α_i ($i=1$ ou 2 selon l'équipe) au sommet du gnomon.



Astuce : Pour obtenir un résultat plus fiable et plus précis, chacun des deux sites peut répartir cette mesure sur plusieurs sous-équipes qui effectuent leurs mesures indépendamment. Au final, calculer la valeur moyenne des α_i obtenus par chacune des sous-équipes.

Calcul de la circonférence et du rayon terrestre

-  Calculer la différence $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ (en $^\circ$) entre les deux angles obtenus par les deux équipes. Cet angle α correspond à l'angle qui sépare les deux équipes, vues du centre de la Terre (voir figure 3).
-  Déterminer la distance D (en kilomètres) qui sépare les deux équipes situées sur le même méridien.
-  En supposant que la Terre est parfaitement sphérique, calculer son rayon en kilomètres.

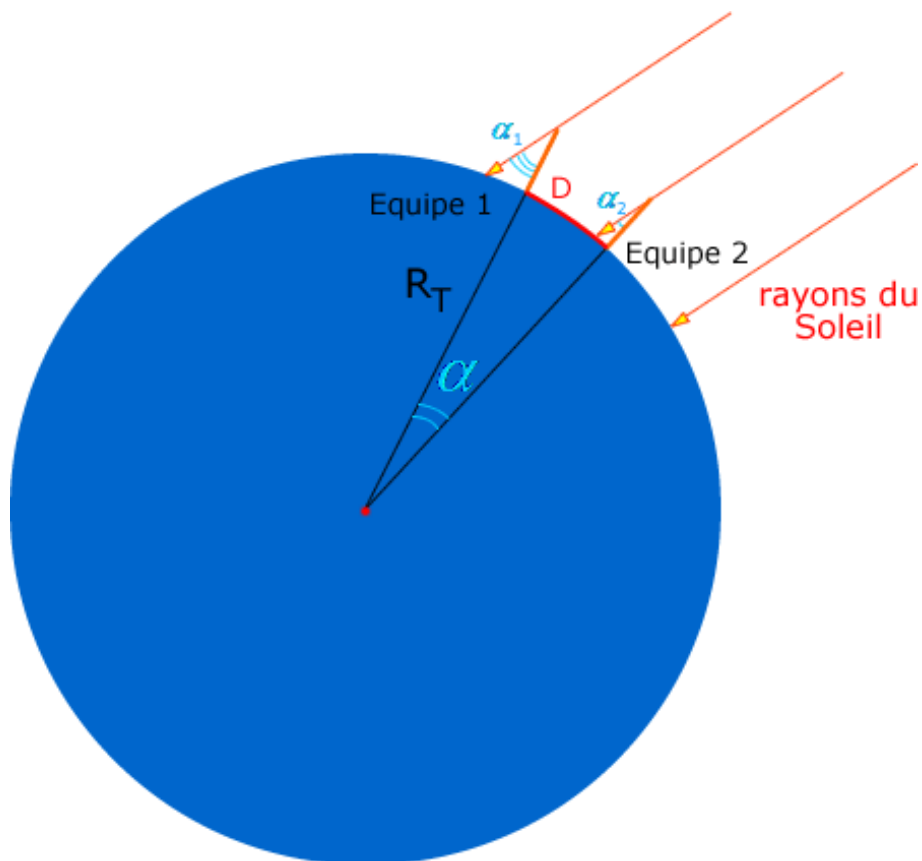

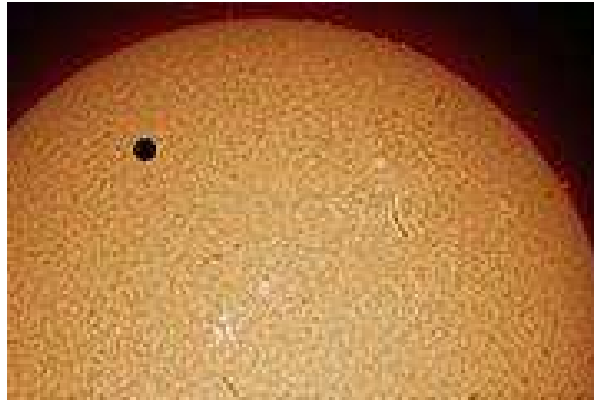


fig. 3 : Schéma de l'activité pratique

-  Calculer le pourcentage d'erreur de la mesure précédente. A quoi pensez-vous pouvoir l'imputer ?

Mesure de la distance du Soleil par la méthode de Halley



*Fig 1 : transit vénusien
Le petit disque noir devant le Soleil est Vénus.*

La première mesure précise de la distance entre la Terre et le Soleil fut faite relativement tard, au XVIII^{ème} siècle, lors du transit de Vénus.



Lors de sa conjonction, une planète est alignée avec la Terre et le Soleil et l'angle (planète, Terre, Soleil), dans cet ordre, est nul. Si la planète se trouve entre le Soleil et la Terre, on parle de conjonction inférieure ou de transit car on peut la voir transiter devant le Soleil. Ceci ne peut avoir lieu que pour Vénus et Mercure qui ont des orbites plus proches du Soleil que l'orbite de la Terre. Si c'est le Soleil qui est entre la Terre et la planète, on parle de conjonction supérieure.

Les transits de Vénus sont des phénomènes rares. Ils se reproduisent avec une périodicité de 243 ans selon le schéma répétitif d'un transit suivi d'un autre 121,5 ans plus tard, lui-même suivi d'un transit 8 ans plus tard puis encore un 105,5 ans plus tard puis un autre encore 8 ans après.

Les derniers transits ont eu lieu les 6 décembre 1882 et 8 juin 2004 et le prochain se produira le 6 juin 2112. C'est d'ailleurs le seul transit vénusien qu'il nous sera encore donné de voir dans notre vie car le suivant n'aura lieu qu'en 2117.

Halley imagina une méthode pour calculer la distance du Soleil à partir des observations d'un transit de Vénus et de quelques connaissances basiques en géométrie. Il ne put tester lui-même son protocole car il mourut avant les transits de 1761 et 1769. Néanmoins, de nombreuses expéditions furent lancées en différents points du globe pour faire les mesures qu'il avait prévues.

Les observations doivent être menées en deux points, préférentiellement situés à des latitudes très éloignées l'une de l'autre. Un observateur peut par exemple se placer dans l'hémisphère nord et l'autre dans l'hémisphère sud.

Chacun doit noter précisément l'heure des deuxième et troisième contacts des surfaces Vénus/Soleil.

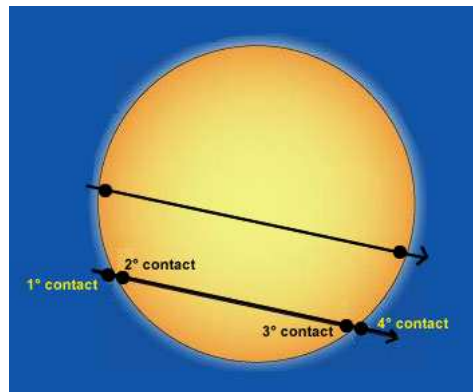


Fig 2 : les 4 contacts Vénus-Soleil lors d'un transit

On appelle aussi la méthode de Halley, méthode chronométrique car on détermine la distance du Soleil à partir des durées des transits vus par les deux observateurs.

Selon le lieu d'observation, la corde que semble parcourir Vénus est plus ou moins longue (voir fig 2). Et plus elle est longue, plus le transit dure longtemps.

On va étudier la méthode de Halley en la simplifiant quelque peu. On considère les deux points d'observation, A et B, situés à la surface de la Terre, sur un même méridien et distants de $AB = 5\,000$ km. Par la suite, pour plus de simplicité, on assimilera l'arc AB du globe terrestre et le segment AB et on dira qu'ils sont de mêmes longueurs.



L'observateur A mesure une durée de transit $\Delta t_1 = 6\text{h } 08\text{min } 57\text{s}$
L'observateur B mesure une durée de transit $\Delta t_2 = 6\text{h } 01\text{min } 05\text{s}$

On fournit quelques données utiles sur Vénus :

Elle est la deuxième planète du système solaire, après Mercure et avant la Terre.

Son orbite est inclinée de $3,4^\circ$ par rapport à l'écliptique.



écliptique = plan qui contient l'orbite terrestre

Sa période de révolution autour du Soleil est de 584 jours.

Son élongation maximale est égale à 46° .

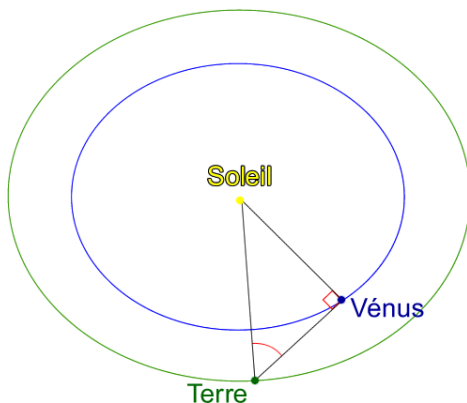


Fig 3 : Vénus à l'élongation maximale



L'élongation d'une planète est la distance angulaire entre le Soleil et cette planète, vus depuis la Terre.

Pour les planètes dont l'orbite est extérieure à celle de la Terre, l'élongation vaut entre 0° et 180° .

Par contre, pour les planètes dont l'orbite est intérieure à celle de la Terre, l'élongation ne peut jamais valoir 180° . Il existe une valeur maximale de l'élongation.

Ce maximum est atteint quand la droite (Terre-planète) est tangente à l'orbite de la planète c'est-à-dire quand l'angle (Soleil, planète, Terre) est droit.



Q1. Calculer le rapport des distances Vénus-Soleil et Terre-Soleil.



Q2. En faisant l'approximation que le mouvement de Vénus est circulaire, calculer la vitesse de la planète en fonction de la distance D du Soleil à la Terre.



On peut exprimer une distance d par l'angle sous lequel on la voit depuis la Terre. On va procéder ainsi pour la distance parcourue par Vénus par unité de temps. Au lieu de donner la distance d , on donne l'angle i . On note que $\sin i \approx i$ pour i en radians car i est suffisamment petit. On assimilera, si nécessaire, les petites portions d'ellipse à des segments de même longueur.

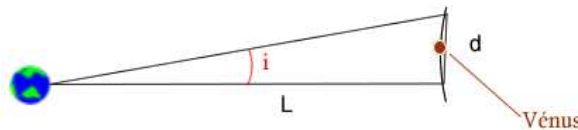


Fig 4 : taille angulaire pour Vénus



Q3. Exprimer la vitesse de Vénus en radians par heure, puis en degrés par heure puis en minutes d'arc par heure.



Une minute d'arc est un soixantième de degré. Son symbole est « ' ».



Q4. En déduire en minutes d'arc les longueurs des cordes XY et EF que semble décrire Vénus pour les observateurs 1 et 2.



Q5. Écrire le théorème de Pythagore pour les triangles DSX et CSE .



Q6. En déduire CD , toujours en minutes d'arc. On rappelle : diamètre angulaire du Soleil = $32'$



Q7. On considère grossièrement que (AB) et (CD) sont parallèles. Par le théorème de Thalès, calculer CD en km.

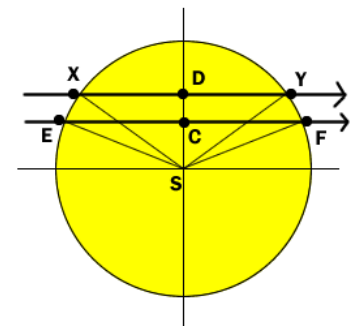
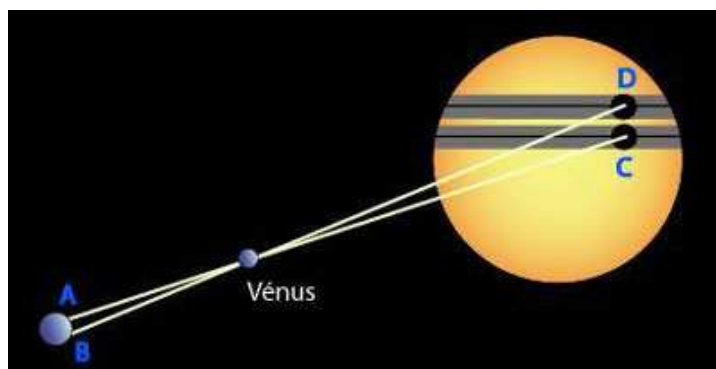


Fig 5 : configurations pour les transits vénusiens vus par deux observateurs



*Fig 6 : la Terre, Vénus et le Soleil lors d'un transit
L'observateur A voit Vénus en C tandis que l'observateur B la voit en D*



Q8. Que vaut la distance Terre-Soleil ?

On appelle la distance moyenne Terre-Soleil l'unité astronomique. On exprime bien d'autres distances dans cette unité.



Valeur exacte : $1 \text{ UA} = 149\,597\,871 \text{ km}$



Q9. Calculer le pourcentage d'erreur entre valeur expérimentale de la distance Terre-Soleil et valeur théorique.



Q10. Pouvez-vous retrouver le rayon solaire ?
On rappelle : diamètre angulaire du Soleil = $32'$

Il est relativement difficile d'obtenir une bonne précision sur la distance Terre-Soleil car il est très délicat, voire impossible, de déterminer l'instant exact des contacts.

A cause de la diffraction, on est confronté au phénomène de la « goutte noire ».



La diffraction est le phénomène de déviation des ondes qui rasant les bords d'un corps opaque.

Cela signifie qu'aux deuxième et troisième contacts, les bords de Vénus et du Soleil n'apparaissent pas nettement détachés mais semblent fusionner en formant une sorte de goutte.

On a donc souvent une erreur sur les durées des transits, qui se répercutent sur les distances calculées.



Q11. On imagine que l'observateur A mesure une durée de transit $\Delta t_1'$ inférieure d'une minute à Δt_1 . Quelle distance Terre-Soleil va-t-on trouver cette fois-ci ?



Fig 7 : la goutte noire



N'hésitez pas à préparer des collaborations avec d'autres amateurs pour refaire vous-mêmes les mesures lors du prochain transit de Vénus le 6 juin 2012 !

Calcul de la masse et de la température du Soleil

Dans les parties précédentes, on a étudié les méthodes qui permirent dans le passé de calculer la taille ou la distance du Soleil. Toujours dans l'optique d'une meilleure connaissance de notre univers, nous allons calculer la masse et la température du Soleil grâce aux lois de la mécanique et de la thermodynamique.

On note : M la masse du Soleil,
 m la masse de la Terre
 R_S le rayon du Soleil
 d la distance Terre-Soleil, $d = 149\,600\,000$ km (cf. « Transit de Vénus »)
 G la constante de la gravitation universelle, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
 R la constante des gaz parfaits, $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
 α le diamètre angulaire du Soleil qui est d'environ $32'$

1) La masse du Soleil :

On se place dans le référentiel héliocentrique.
 On étudie le système Terre Soleil.
 On suppose que la Terre a un mouvement circulaire.



Q1. Écrire la deuxième loi de Newton pour la Terre.



Q2. La projeter dans la base de Frenet.



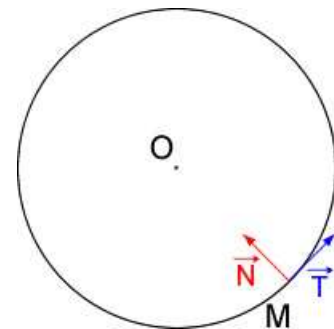
Q3. En déduire que $\frac{d^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$

Cette relation est la fameuse **troisième loi de Kepler**.

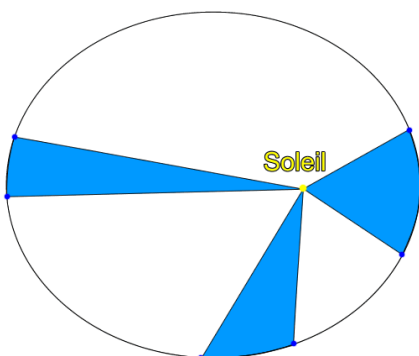
Elle se généralise pour les orbites qui ne sont pas parfaitement circulaires mais elliptiques, ce qui est en fait le cas pour la Terre et toutes les autres planètes.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2} \text{ avec } a \text{ le demi-grand axe de l'ellipse.}$$

$(M+m)$ se simplifie car la masse de la Terre est négligeable devant celle du Soleil.
 Et en prenant $a = d$ (cas d'une orbite circulaire), on retrouve le résultat de la question Q3.



*Fig 1 : base de Frenet
 En M se trouve la Terre
 et en O le Soleil*



Les deux autres lois de Kepler :

Première loi de Kepler : Toutes les planètes décrivent une ellipse dont le Soleil occupe un des foyers.

Deuxième loi de Kepler : Les aires balayées par le vecteur planète-Soleil en des temps égaux sont égales (schéma ci-contre).

Cela signifie que la planète a une vitesse plus grande au périhélie (point de l'orbite le plus proche du Soleil) qu'à l'aphélie (point de l'orbite le plus éloigné du Soleil).



Q4. Application numérique : calculer la masse du Soleil.

2) La température au cœur du Soleil :

Le Soleil est une immense boule de gaz chauds. En tout point du Soleil, la pression des gaz équilibre l'attraction gravitationnelle.

On considère un volume élémentaire dV ($dV=1$) de masse volumique ρ au cœur du Soleil. On a égalité entre la pression des gaz P et le potentiel U d'attraction gravitationnelle exercée par toute la masse environnante.



Q5. Trouver U par analyse dimensionnelle.

On suppose que le Soleil est exclusivement composé d'un gaz d'ions hydrogène H^+ et d'électrons libres, qui constituent ce que l'on appelle un plasma.

On peut appliquer la loi des gaz parfaits $PV = nRT$ au plasma.

Rappel :

Dans la loi d'état des gaz parfaits, la pression P s'exprime en Pa, le volume V en m^3 , n en mol et la température T en K.



Les Kelvins sont les unités de l'échelle des températures absolues. Le 0 K correspond à la température à laquelle la matière serait totalement figée (il n'y aurait plus d'agitation microscopique). Pour passer des Kelvins au degré Celsius, il faut soustraire 273.



Q6. Calculer P en fonction de la masse volumique ρ , de la constante des gaz parfaits R , de la masse molaire de l'hydrogène M_{Hf} ($M_{Hf} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$) et de la température T .



Q7. En écrivant la condition d'équilibre, trouver l'ordre de grandeur de la température T au cœur du Soleil.


Pour l'application numérique, on utilisera la valeur de M trouvée dans la partie 1 et on calculera R_S à partir de la distance d et du diamètre angulaire α du Soleil.

Avec ce calcul simple, on obtient l'ordre de grandeur de la température au cœur du Soleil. La valeur exacte est de 15 millions de degrés. Cette température extrême qui règne au cœur du Soleil est nécessaire pour que les réactions de fusions thermonucléaires aient lieu. De ces réactions, le Soleil tire son énergie qu'il rayonne sous forme de chaleur et de lumière. Dans les autres couches du Soleil, la température est moins élevée. Et à sa surface, elle n'est plus que de 5 800 K.

De par sa masse et sa température, le Soleil est une étoile plutôt moyenne dans le bestiaire stellaire. Certaines étoiles sont plusieurs dizaines de fois plus massives que le Soleil, d'autres ont une masse d'à peine un dixième de celle du Soleil. Les températures de surface des étoiles varient entre 2 000 K et 25 000 K.

Calcul de la taille angulaire d'un objet céleste avec un télescope

Si l'on dispose d'un jeu d'oculaires et d'un télescope (ou d'une lunette astronomique) équipé d'une monture équatoriale non motorisée, il est très facile d'obtenir une mesure précise de la taille angulaire d'un objet tel que la Lune ou le Soleil. Il suffit pour cela de chronométrer le temps que met l'objet en question pour sortir du champ.


 Mettre en station l'instrument (télescope ou lunette) avec la plus grande précision possible (axe horaire de la monture dans la direction de l'étoile polaire).



La mise en station est grandement facilitée si la monture est équipée d'un viseur polaire réticulé qui permet de régler l'axe de la monture dans la direction précise du pôle nord céleste, légèrement décalé par rapport à l'étoile polaire.

Une fois correctement mis en station, le mouvement d'ascension droite de la monture à lui seul permet de compenser le mouvement apparent des objets célestes observés dans le champ. On ne doit observer aucune déviation en déclinaison.

On peut désormais viser l'objet à mesurer et choisir un oculaire qui permet de le voir dans sa totalité.

 Placer l'objet contre le bord du champ où il disparaît (voir figure 1) et déclencher un chronomètre.

 Arrêter le chronomètre lorsque l'objet a totalement disparu du champ et noter le temps T mesuré.

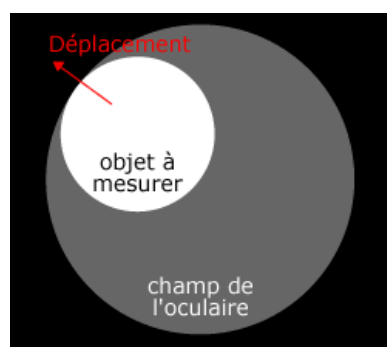


fig. 1 : Objet en bord de champ



Astuce : Si l'on dispose d'un oculaire réticulé, on dispose d'un repère fixe au centre du champ. On peut donc effectuer cette mesure non pas avec le bord du champ, mais avec la croix du réticule. On s'affranchit alors des aberrations de bord de champ de l'oculaire, et on obtiendra un résultat plus précis.



Les aberrations optiques sont de manière générale des défauts de l'image fournie par un dispositif optique. Selon la qualité du dispositif, on obtient une image plus ou moins floue ou déformée. Pour un oculaire, ces déformations sont dues au fait que les rayons lumineux traversent plusieurs épaisseurs de verre.



Sachant que la Terre tourne sur son axe polaire de 360° en 23h 56min 04s, calculer l'angle qu'elle a effectué pendant la durée T.

Si l'on néglige le mouvement de l'objet visé, cet angle correspond à son diamètre angulaire !

Autre méthode : utilisation d'un oculaire micrométrique

Si l'on dispose d'un oculaire micrométrique, il est possible de mesurer directement la taille d'un objet. Les oculaires sont généralement accompagnés de données constructeur qui sont :

- la longueur focale de l'oculaire f (en mm)
- la taille du champ apparent C_a (en $^\circ$)



Soit F la distance focale de l'instrument (en mm) et f la distance focale de l'oculaire micrométrique (en mm), calculer le grossissement G obtenu sachant que : $G = \frac{F}{f}$



En déduire la taille réelle du champ apparent C_r (en $^\circ$ ' ") sachant que : $C_r = \frac{C_a}{G}$



Pour convertir en $^\circ$ ' ", ne pas oublier que $1^\circ = 60'$ et $1' = 60''$



A l'aide de l'oculaire micrométrique, mesurer la portion de champ apparent couverte par l'objet. En déduire son diamètre angulaire.