

Histoires de stabilité

Jérôme Perez



L'instabilité de Jeans

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - m \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \\ \Delta \psi = 4\pi G m \int f d\mathbf{p} \end{cases}$$

H: équilibre homogène $f_o = f_o(\mathbf{p})$ et $\psi_o(\mathbf{r})$ solution de VP

$$\begin{cases} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_o(\mathbf{p}) + \varepsilon f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + o(\varepsilon) \\ \psi(\mathbf{r}, t) = \psi_o(\mathbf{r}) + \varepsilon \psi_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + o(\varepsilon) \end{cases} \quad \text{avec } |\varepsilon| \ll 1$$

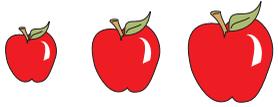
Arnaque de Jeans

$$-m \frac{\partial \psi_o}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} = o(\varepsilon)$$

Linéarisation :

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} - m \frac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_o}{\partial \mathbf{p}} = 0 \\ \Delta \psi_1 = 4\pi G m \int f_1 d\mathbf{p} \end{cases}$$

Décomposition sur des modes normaux



$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_a(\mathbf{p}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad \text{et} \quad \psi_1(\mathbf{r}, t) = \psi_a(\mathbf{r}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

qui revient à faire une transformation de Fourier sans le dire... On obtient alors

$$\begin{cases} -\omega f_a(\mathbf{p}) + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \mathbf{k} f_a(\mathbf{p}) - m \psi_a(\mathbf{r}) \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_o}{\partial \mathbf{p}} = 0 \\ -k^2 \psi_a(\mathbf{r}) = 4\pi G m \int f_a(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \end{cases}$$

H : Equilibre isotherme $f_o(\mathbf{p}) = \frac{\nu_o}{(2\pi m^2 \sigma^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m^2 \sigma^2}\right) \cdot 1_{|\mathbf{r}| < R}$, on obtient une

relation de dispersion ($\mathbf{k} = k \hat{e}_x$)

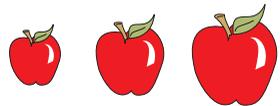
$$1 = \left(\frac{\omega_o}{k\sigma}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u e^{-\frac{u^2}{2}}}{u - \frac{\omega}{k\sigma}} du \quad \text{pour } r < R \text{ et } \omega_o^2 = 4\pi G m \nu_o$$

Pour $\omega = 0$

$$k^2 = k_o^2 := \left(\frac{\omega_o}{\sigma}\right)^2 = \frac{4\pi G m \nu_o}{\sigma^2} \quad (1)$$

on a donc

$$1 - \left(\frac{k_o}{k}\right)^2 F(z) = 0 \quad \text{avec } z = \frac{\omega}{k\sigma} \text{ et } F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u e^{-\frac{u^2}{2}}}{u - z} du$$



$z \in \mathbb{C}$ et

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(F(z)) = 0 \Rightarrow \frac{y}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ue^{-\frac{u^2}{2}}}{(u-x)^2+y^2} du = 0 \\ 1 - \left(\frac{k_o}{k}\right)^2 \operatorname{Re}(F(z)) = 0 \Rightarrow \left(\frac{k}{k_o}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(u-x)e^{-\frac{u^2}{2}}}{(u-x)^2+y^2} du \end{cases}$$

un peu de calcul ...

- Si $\operatorname{Im}(\omega) = 0$, les solutions linéaires sont oscillantes et donc **stables**. On a de plus

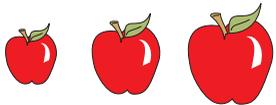
$$\begin{cases} k = k_o & \text{si } \omega = 0 \\ k = \left| \frac{x_o \sigma}{\omega} \right| > k_o & \text{si } \omega \neq 0 \end{cases}$$

- Si $\operatorname{Im}(\omega) < 0$, les solutions linéaires sont des oscillations d'amplitude croissante et donc **instables**, cette situation correspond à $k < k_o$.
- Si $\operatorname{Im}(\omega) > 0$, les solutions linéaires sont des oscillations d'amplitude croissante et donc **stables**, cette situation correspond à $k > k_o$.

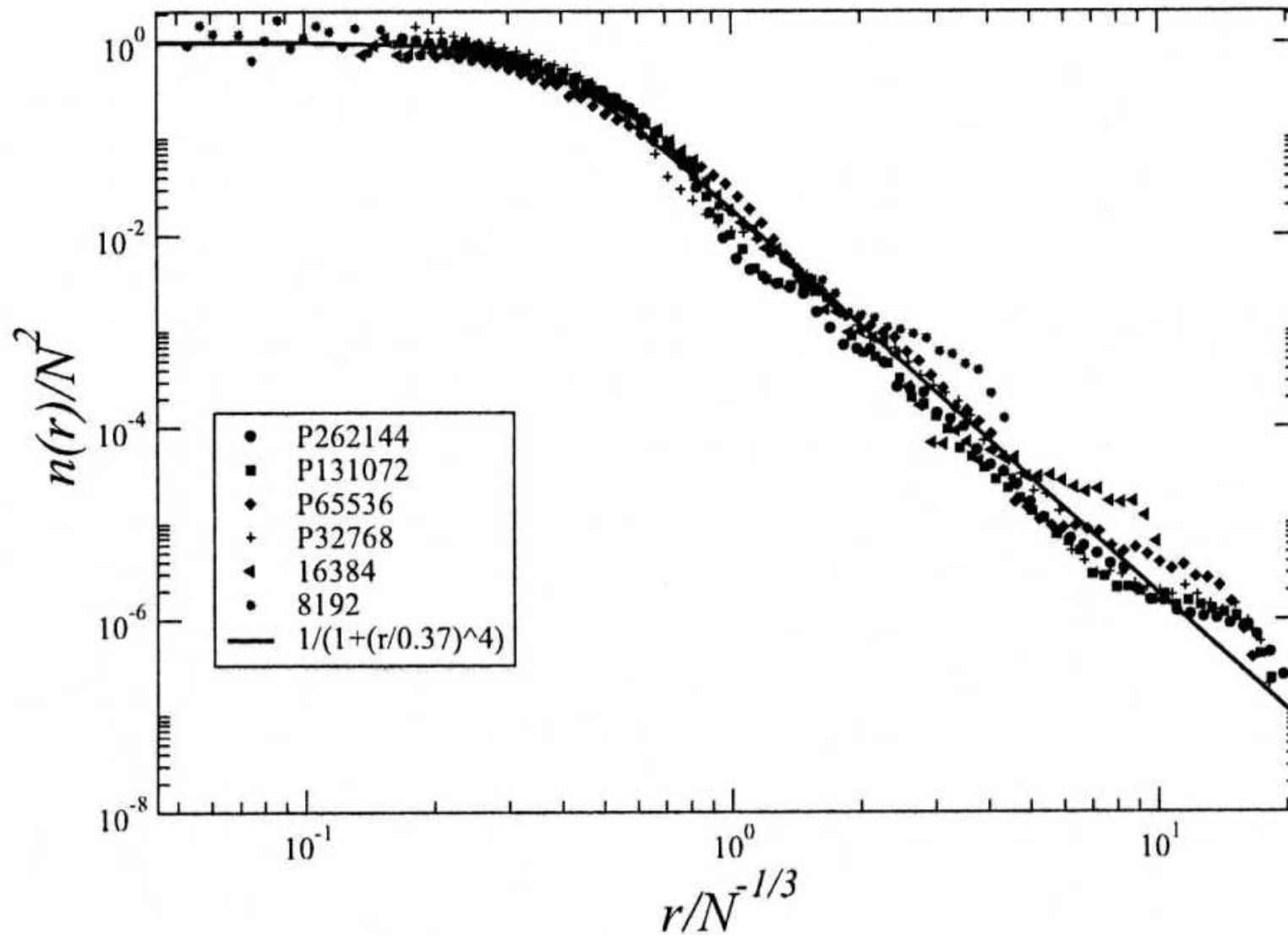
Système homogène instable si $k < k_o$ soit

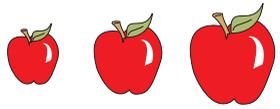
$$\lambda > \lambda_o = \frac{2\pi}{k_o} = \frac{2\pi\sigma}{(4\pi Gm\nu_o)^{1/2}}$$

Un système homogène plus grand que sa longueur de Jeans s'effondre ...



Instabilité de Jeans \Rightarrow cœur-halo r^{-4} .





Structure hamiltonienne de Vlasov

L'équation de Vlasov s'écrit

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - m \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{f, E\} = 0 \quad (2)$$

Pas hamiltonien...

[?]

$$F[f] = \int \varphi(f, \Gamma) d\Gamma \Rightarrow \frac{dF}{dt} = \int \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial f} d\Gamma \quad (3)$$

Vlasov ...

$$\frac{dF}{dt} = \int \{E, f\} \frac{\delta F}{\delta f} d\Gamma \quad (4)$$

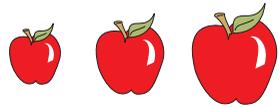
Energie totale

$$H[f] := \int \frac{\mathbf{p}^2}{2m} f(\Gamma, t) d\Gamma - \frac{Gm^2}{2} \int \frac{f(\Gamma, t) f(\Gamma', t)}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d\Gamma d\Gamma' \quad (5)$$

telle que

$$\frac{\delta H}{\delta f} = E \quad (6)$$

on obtient la structure hamiltonienne de l'équation de Vlasov



$$\frac{dF}{dt} = \langle F, H \rangle = \int \left\{ \frac{\delta F}{\delta f}, \frac{\delta H}{\delta f} \right\} f d\Gamma \quad (7)$$

Application fondamentale à la stabilité

(H, t) : paire de Noether. Pour une paire quelconque (Λ, λ) on a

$$\frac{dF}{d\lambda} = \langle F, \Lambda \rangle$$

et sa solution

$$\begin{aligned} F[f] &= \exp[-(\lambda - \lambda_o) \langle \Lambda, \cdot \rangle] F[f_o] \\ &= F[f_o] - \frac{(\lambda - \lambda_o)}{1!} \langle \Lambda, F \rangle_{f=f_o} + \frac{(\lambda - \lambda_o)^2}{2!} \langle \Lambda, \langle \Lambda, F \rangle \rangle_{f=f_o} + \dots \end{aligned}$$

Problème de la stabilité

$$f_o \rightarrow f_o + \varepsilon f_1 \quad \text{avec } f_1 = \{f_o, g\}$$

On définit G telle que

$$\frac{\delta G}{\delta f} = g$$



et l'on obtient

$$F[f] = F[f_o] - \frac{1}{1!} \langle G, F \rangle_{f=f_o} \varepsilon + \frac{1}{2!} \langle G, \langle G, F \rangle \rangle_{f=f_o} \varepsilon^2 + \dots$$

En prenant $F = H$

$$\begin{aligned} H[f] &= H_o + \varepsilon H_1 + \varepsilon^2 H_2 + o(\varepsilon^2) \\ &= H[f_o] - \varepsilon \langle G, H \rangle_{f=f_o} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \langle G, \langle G, H \rangle \rangle_{f=f_o} + o(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (8)$$

 Ordre 1

$$H_1 = - \langle G, H \rangle_{f=f_o} = - \int \left\{ \frac{\delta G}{\delta f}, \frac{\delta H}{\delta f} \right\} f_o d\Gamma = \int \{E, g\} f_o d\Gamma \quad (9)$$

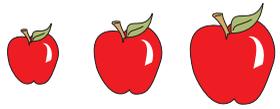
$$= \int \{f_o, E\} g d\Gamma = \int \frac{\partial f_o}{\partial t} g d\Gamma \quad (10)$$

\Rightarrow Si f_o est un équilibre, $H_1 = 0$

 Ordre 2

$$\begin{aligned} H^{(2)} &= \frac{1}{2} \langle G, \langle G, H \rangle \rangle_{f=f_o} \\ &\quad - \frac{1}{2} \int \{g, f_o\} \{g, E\} d\Gamma - \frac{Gm^2}{2} \int \int \frac{\{g, f_o\} \{g', f'_o\}}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d\Gamma' d\Gamma \end{aligned}$$

\Rightarrow Signe de $H^{(2)}$: stabilité du système



Systeme sphérique : $f_o = f_o(E, L^2)$

$$\{g, f_o\} = \frac{\partial f_o}{\partial E} \{g, E\} + \frac{\partial f_o}{\partial L^2} \{g, L^2\} := f_{o,E} \{g, E\} + f_{o,L^2} \{g, L^2\}$$

Perturbations préservantes $\{g, f_o\} = f_{o,E} \{g, E\}$

Pour ce type de perturbation on a donc

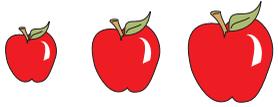
$$H^{(2)} = -\frac{1}{2} \int \frac{\{g, f_o\}^2}{f_{o,E}} d\Gamma - \frac{Gm^2}{2} \int \int \frac{\{g, f_o\} \{g', f'_o\}}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d\Gamma' d\Gamma$$

H : $f_{o,E} < 0$

$$H^{(2)} = +\frac{1}{2} \int \frac{\{g, f_o\}^2}{|f_{o,E}|} d\Gamma - \frac{Gm}{2} \int \{g, f_o\} d\Gamma \int \frac{m \{g', f'_o\}}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d\Gamma'$$

en posant

$$\rho_1 := m \int \{g, f_o\} d\mathbf{p} \quad \text{et} \quad \psi_1 := -G \int \frac{\rho_1'}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d\mathbf{q}' \Leftrightarrow \Delta\psi_1 = 4\pi G\rho_1$$



$$H^{(2)} = +\frac{1}{2} \int \frac{\{g, f_o\}^2}{|f_{o,E}|} d\Gamma + \frac{1}{2} \int \rho_1 \psi_1 d\mathbf{r}$$

Cauchy-Schwarz ...

$$H^{(2)} \geq +\frac{1}{2} \int \frac{\rho_1^2}{\int |f_{o,E}| d\mathbf{p}} d\mathbf{r} + \frac{1}{2} \int \rho_1 \psi_1 d\mathbf{r}$$

Première loi d'Antonov (généralisée): si l'étoile est stable, ce qui correspond à $W^{(2)} > 0$, alors le système d'étoile possédant la même répartition de masse l'est aussi !

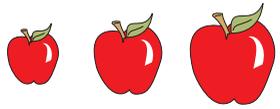
On montre que

$$W^{(2)} > 0$$

 $f_o = f_o(E)$: Stabilité contre tout type de perturbation si $f_E < 0$

 $f_o = f_o(E, L^2)$: Stabilité contre les perturbations radiales si $f_E < 0$

Reste à étudier : Stabilité des systèmes sphériques contre les perturbations non préservantes, systèmes non sphériques et systèmes non monotones.



L'instabilité d'orbites radiales

Une très longue et controversée histoire ...[?]

$$f_o(E, L^2) = \varphi(E) \delta(L^2)$$

Idée :

$$f_o(E, L^2) = \varphi(E) d_a(L^2) \quad \text{avec} \quad \lim_{a \rightarrow 0} d_a(L^2) \rightarrow \delta(L^2)$$

avec $d_a(L^2) \rightarrow \delta(L^2)$ lorsque $a \rightarrow 0$. Dans cette limite, la variation d'énergie engendrée par le générateur g s'écrit à l'ordre le plus bas en a sous la forme

$$\begin{aligned} H_a^{(2)} &= 0(a) - \frac{Gm^2}{2} \int \int \frac{\{g, f_o\} \{g', f'_o\}}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d\Gamma' d\Gamma \\ &= 0(a) - \frac{1}{8\pi G} \int |\text{grad}(\psi_1)|^2 d\mathbf{r} \end{aligned}$$

Mode d'énergie négative

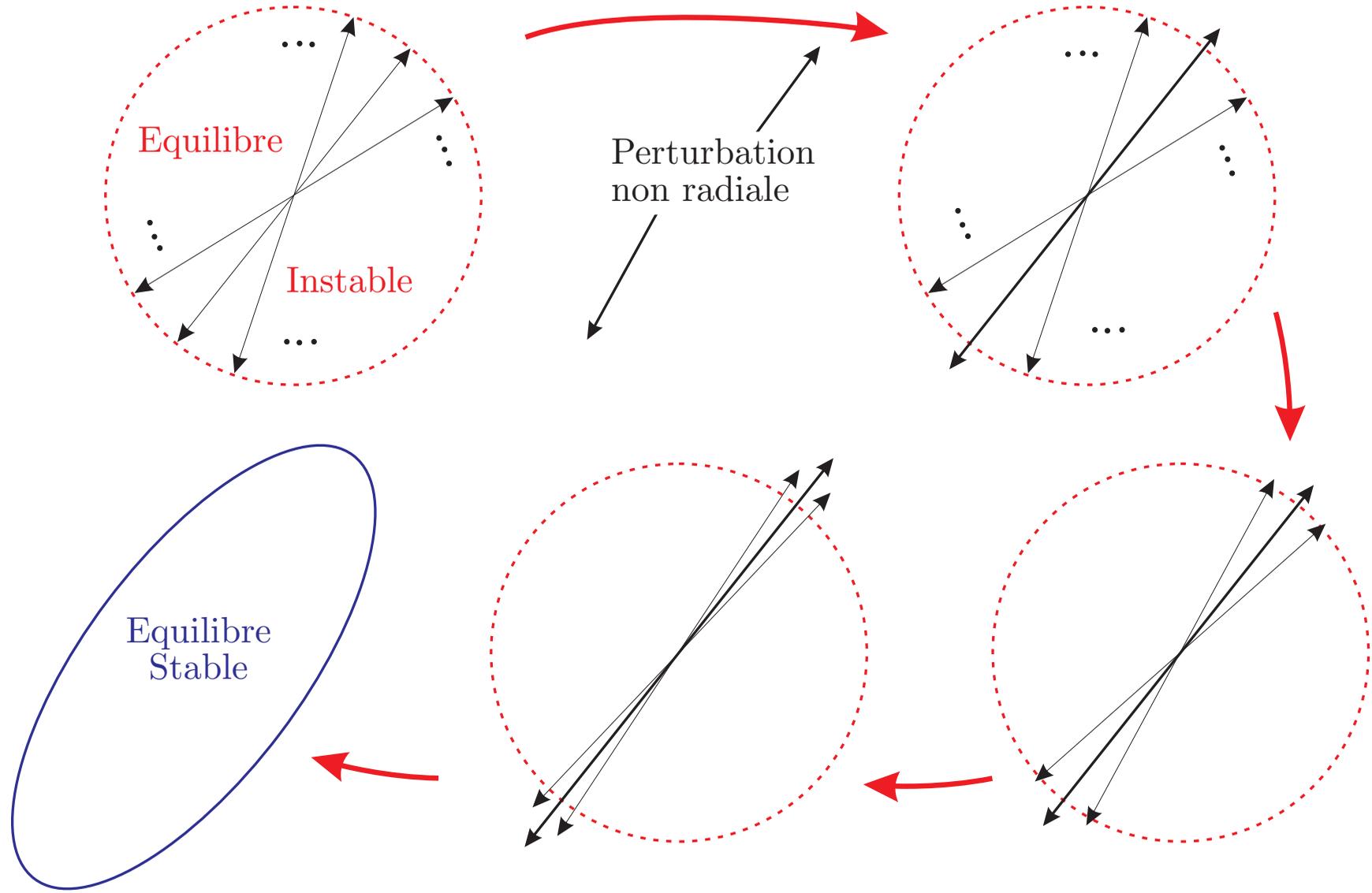
⇒ Théorème de d'instabilité induite par la dissipation

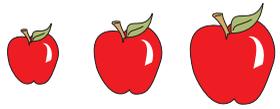
Un système hamiltonien possédant un mode d'énergie négative devient instable en présence de dissipation.

L'instabilité d'orbite radiale serait donc induite par la dissipation ...



Mécanisme





La sphère isotherme en boîte

Sphère isotherme : Masse infinie si $R \rightarrow +\infty$

On cherche donc un extremum de

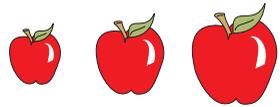
$$S[f] = -k \int f \ln f d\Gamma$$

avec f élément de

$$\mathcal{E}_{R,M,H} = \left\{ f \text{ telle que } \left. \begin{array}{l} \text{supp}(f) \subset B_R, M = m \int f d\Gamma < \infty \\ H = \int \frac{\mathbf{p}^2}{2m} f(\Gamma) d\Gamma - mG \int \int \frac{f(\Gamma)f(\Gamma')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\Gamma' d\Gamma < \infty \end{array} \right\}$$

La solution à ce problème est toujours la sphère isotherme,

$$f^+ = f^+(E) = \left(\frac{2\pi\alpha^2 m}{\beta} \right)^{-3/2} e^{-\beta E} \times 1_{B_R}$$



et donc

$$\rho = \rho(\psi) = \int f^+ d\mathbf{p} = \frac{m}{\alpha^3} e^{-\beta m \psi}$$

Bien sûr, hors de la sphère il n'y a plus rien nous avons donc les conditions

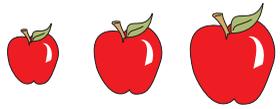
$$\left. \begin{array}{l} \rho(r) = 0 \\ \text{et} \\ \psi(r) = -\frac{GM}{r} \end{array} \right\} \text{ si } r > R$$

À l'intérieur de la boule, on pose

$$x = \frac{r}{r_o} \text{ avec } r_o^2 = \frac{\alpha^3}{4\pi G m^2 \beta} e^{-\beta m \psi(0)} \quad \text{puis } h = \beta m (\psi - \psi(0))$$

et l'équation de Poisson correspondante à ce système s'écrit

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{dh}{dx} \right) = e^{-h} \quad \text{avec } h(0) = h'(0) = 0 \quad (11)$$



Variables de Milne $\left(' = \frac{d}{dx} \right)$

$$v(x) = xh' \Rightarrow xv = x^2h'$$

et

$$u(x) = \frac{e^{-h}x}{h'} \Rightarrow u = \frac{e^{-h}x^2}{v}$$

$$\text{Poisson : } (xv)' = uv \quad (12)$$

un petit calcul donne un système différentiel du premier ordre

$$\begin{cases} xv' = v(u - 1) \\ xu' = u(3 - u - v) \end{cases}$$

si $v = v(u)$ (TFI, TIL)

$$\frac{v'}{u'} = \frac{dv}{du} = \frac{v(1 - u)}{u(u + v - 3)} \quad (13)$$

Conditions limites

$$(u, v) = (0, 3)$$

quand $x \rightarrow 0$

$$(u, v) = \left(\frac{3}{2} - \lambda\mu, \mu\right)$$

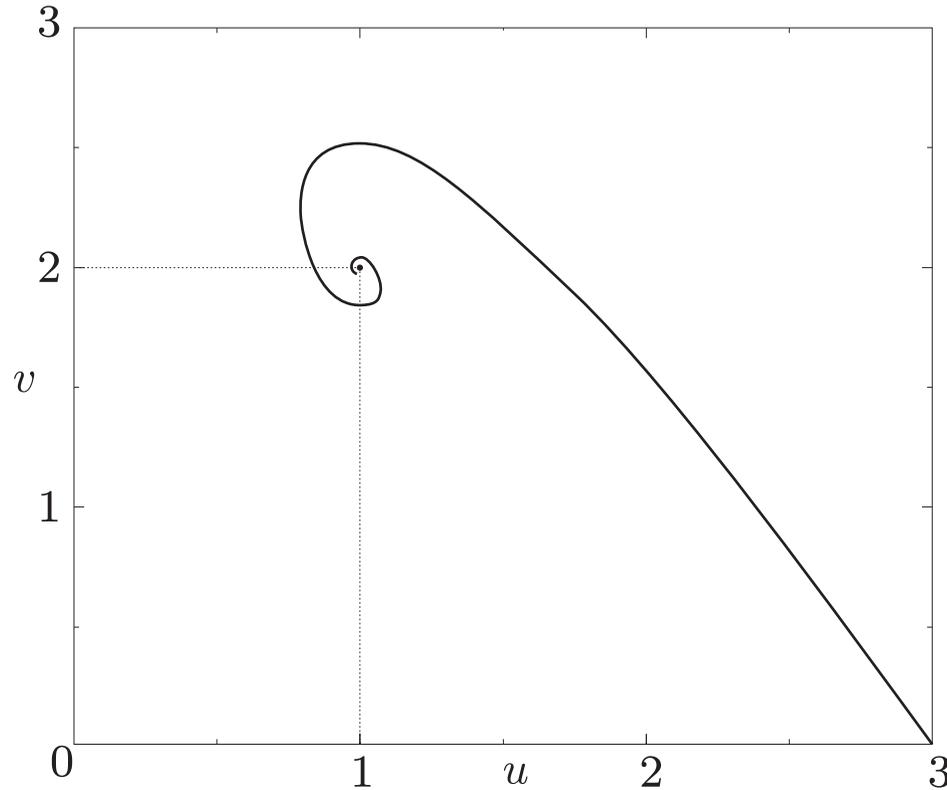
avec $\lambda = -\frac{HR}{GM^2}$ et $\mu = \frac{\beta GM}{R}$ quand $x \rightarrow \frac{R}{r_o}$

$$(u, v) \rightarrow (1, 2)$$

quand $R \rightarrow +\infty$



Pour une valeur de H , M et R



Longueur de la courbe
déterminée par
la valeur de R

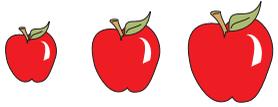
Padmanabhan : la relation permettant d'exprimer u_m et v_m en fonction de λ et μ peut s'inverser et permet d'obtenir

$$\lim_{x \rightarrow R/r_o} (u, v) = (u_m, v_m) = \left(\frac{3}{2} - \lambda\mu, \mu \right) \Rightarrow \lambda = \frac{\left(u_m - \frac{3}{2} \right)}{v_m}$$

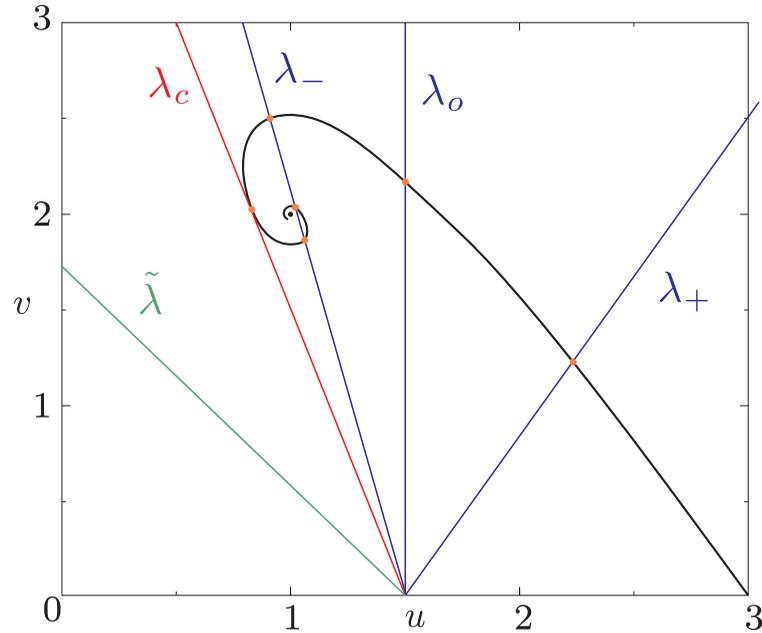
Contrainte supplémentaire

$$v_m = \frac{1}{\lambda} \left(u_m - \frac{3}{2} \right) = -\frac{GM^2}{HR} u_m + \frac{3GM^2}{2HR}$$

La droite et la spirale doivent avoir une intersection ...



On ne peut pas mettre n'importe quelle sphère isotherme ...
dans n'importe quelle boîte ...



Entropie :

$$\lambda = -\frac{HR}{GM^2} < \lambda_c \text{ pas d'extremum}$$

$$\lambda = -\frac{HR}{GM^2} > \lambda_c \text{ 1 extremum local}$$

Nature de l'extremum : Paramètre de longueur de la spirale

$$\mathcal{R} = \frac{\rho(0)}{\rho(R)}$$



Instabilité d'Antonov

🍌 si $\mathcal{R} > \mathcal{R}_c^H = 709$: Extremum = col \Rightarrow instable;

🍌 si $\mathcal{R} < \mathcal{R}_c^H = 709$: Extremum = maximum local !

Analyse de Katz

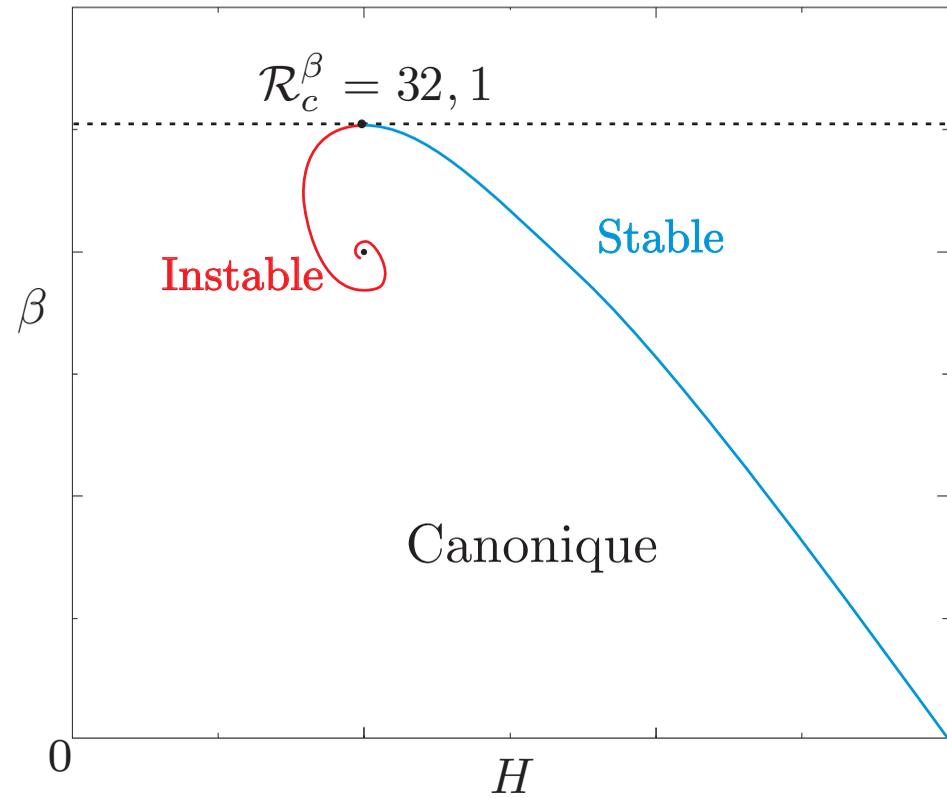
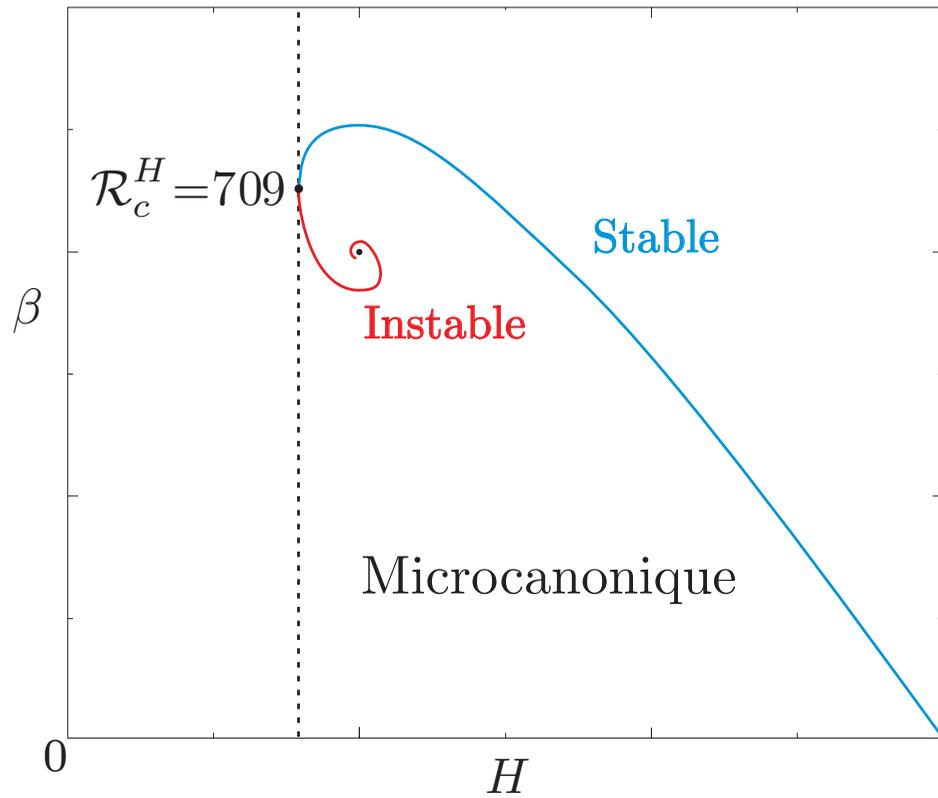
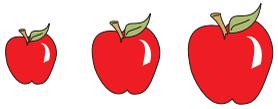
Régime de stabilité d'une sphère isotherme \Leftrightarrow existence de tangentes verticales ou horizontales sur la courbe $\beta(H)$ dans le plan (H, β) :

🍓 Sphère est isolée et confinée : $H = cste$ qui fixe β
Ensemble microcanonique de Gibbs, instabilité si $\beta(H)$ présente une tangente verticale.

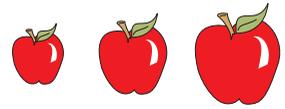
$$\mathcal{R} > \mathcal{R}_c^H \approx 709$$

🍓 Sphère confinée et en contact avec un bain thermique : β qui fixe $H = cste$
Ensemble canonique de Gibbs, instabilité si $\beta(H)$ présente une tangente horizontale.

$$\mathcal{R} > \mathcal{R}_c^\beta \approx 32,1$$



Ensembles statistiques non équivalents en thermodynamique gravitationnelle !



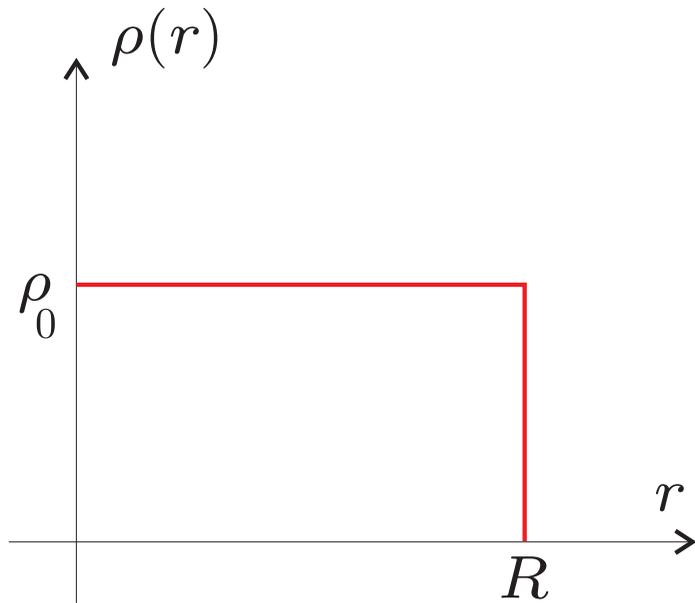
Un scénario très simple ...

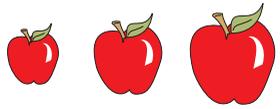
- 1 Effondrement homogène



Un scénario très simple ...

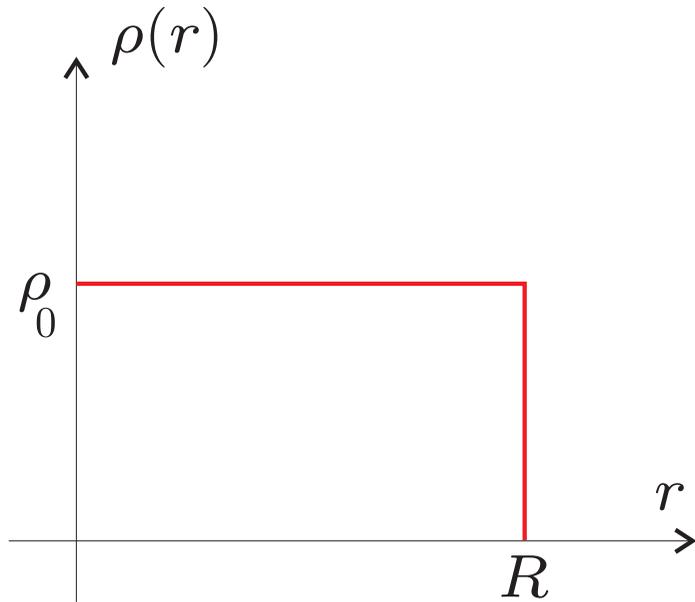
1 Effondrement homogène



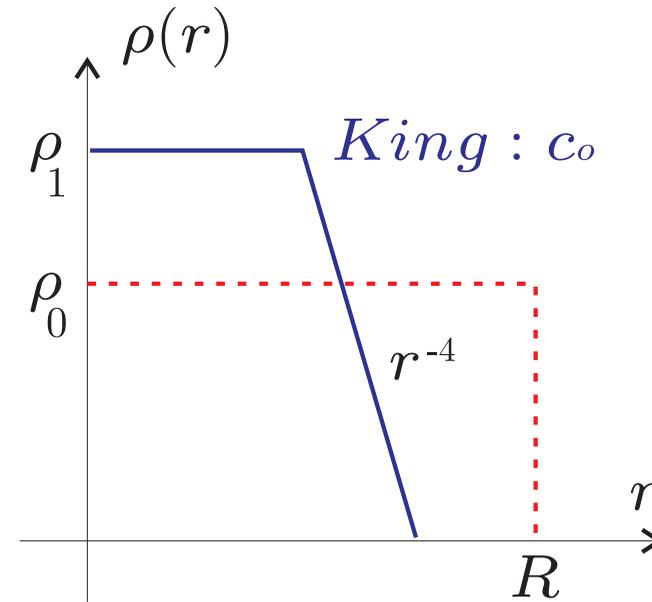
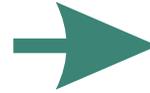


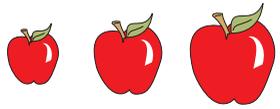
Un scénario très simple ...

1 Effondrement homogène



Jeans

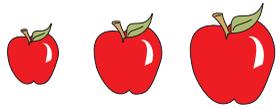




Un scénario très simple ...

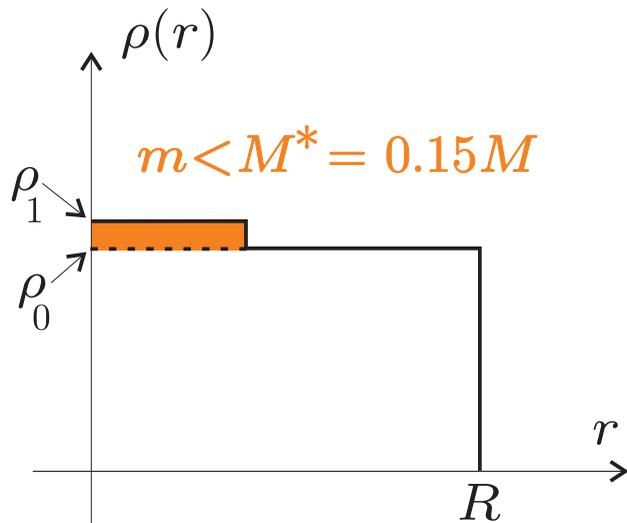
2

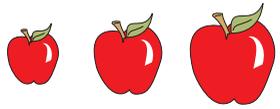
Effondrement faiblement inhomogène



Un scénario très simple ...

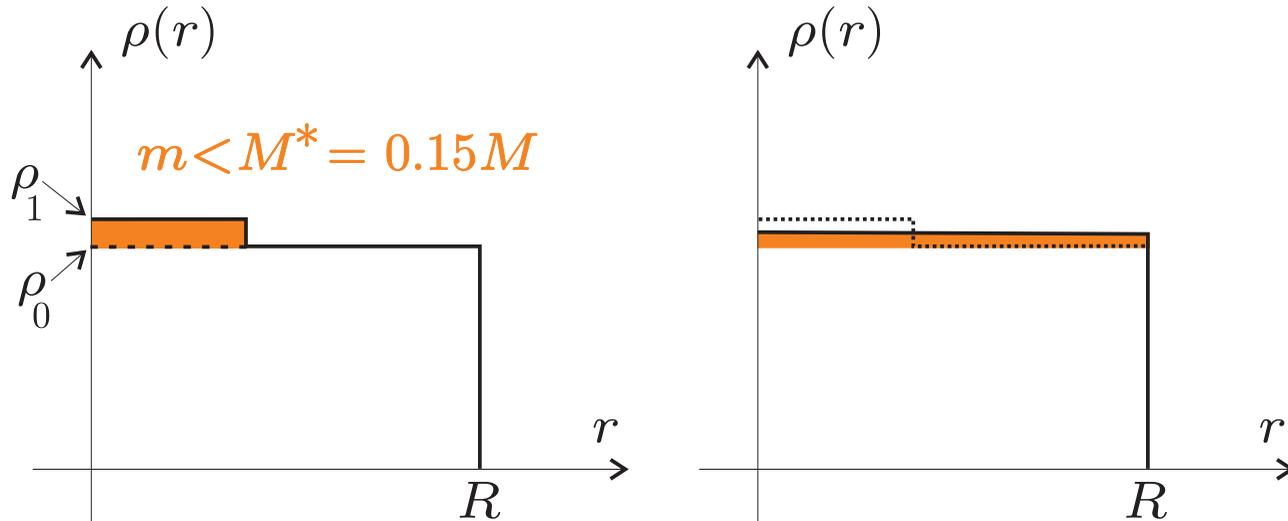
2 Effondrement faiblement inhomogène

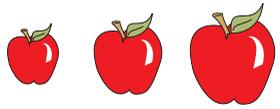




Un scénario très simple ...

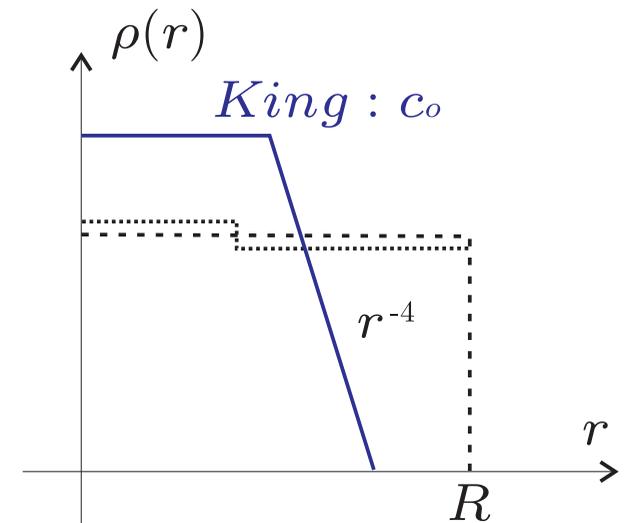
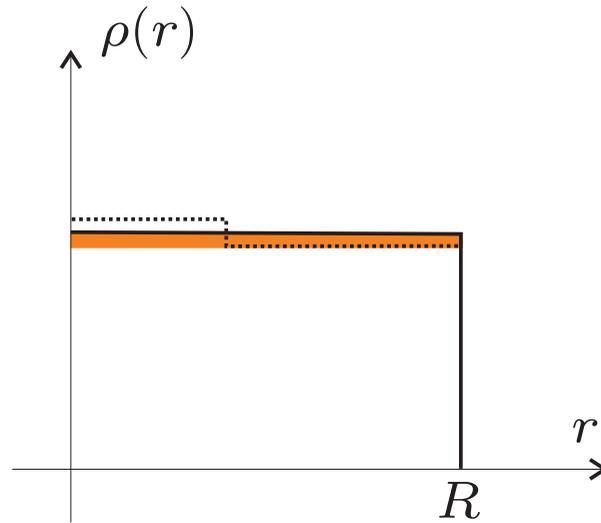
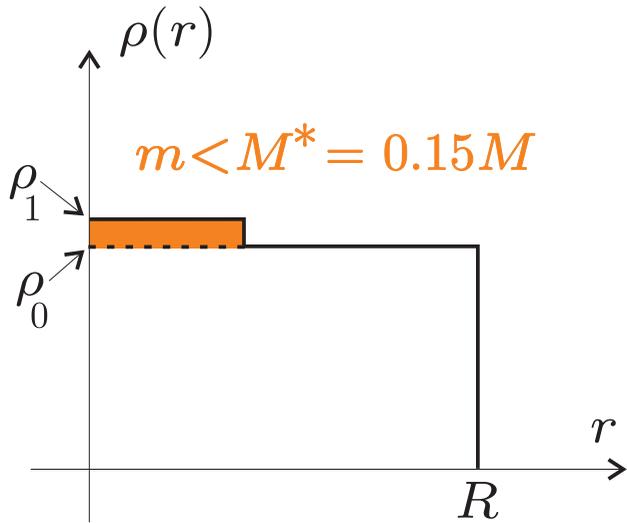
2 Effondrement faiblement inhomogène

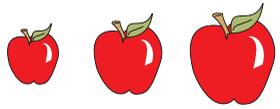




Un scénario très simple ...

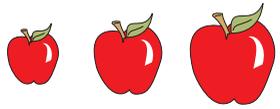
2 Effondrement faiblement inhomogène





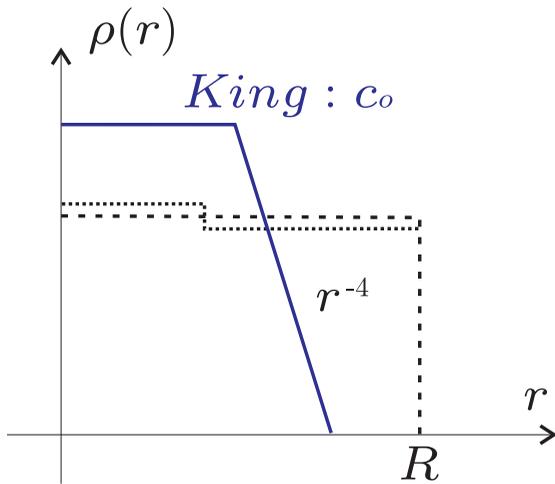
Un scénario très simple ...

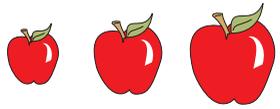
① and ② à plus long terme ($\approx T_{rel}$)



Un scénario très simple ...

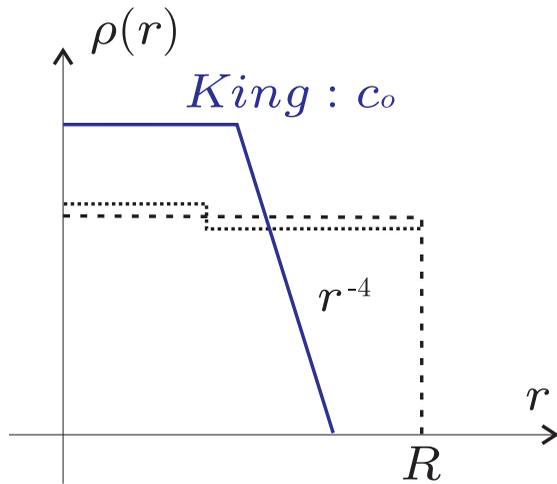
① and ② à plus long terme ($\approx T_{rel}$)



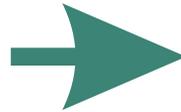


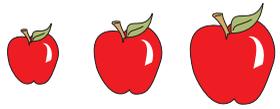
Un scénario très simple ...

① and ② à plus long terme ($\approx T_{rel}$)



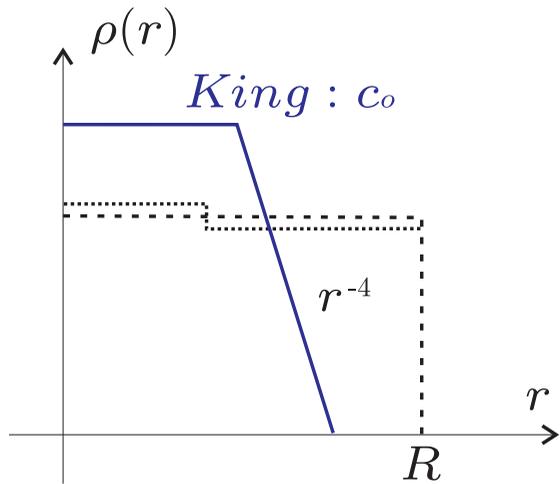
Evaporation



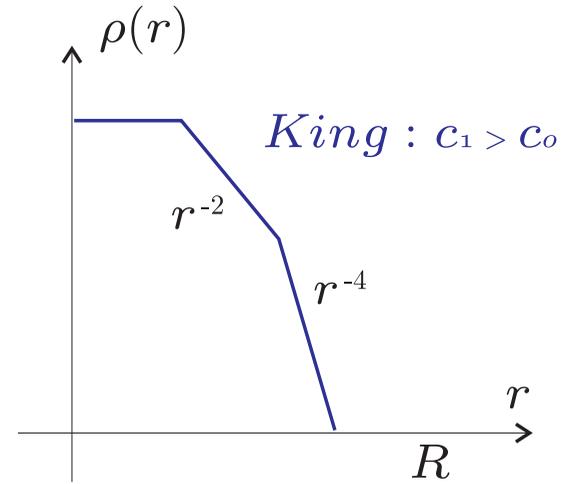
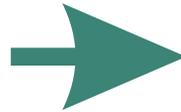


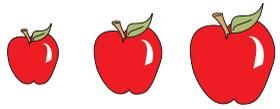
Un scénario très simple ...

① and ② à plus long terme ($\approx T_{rel}$)



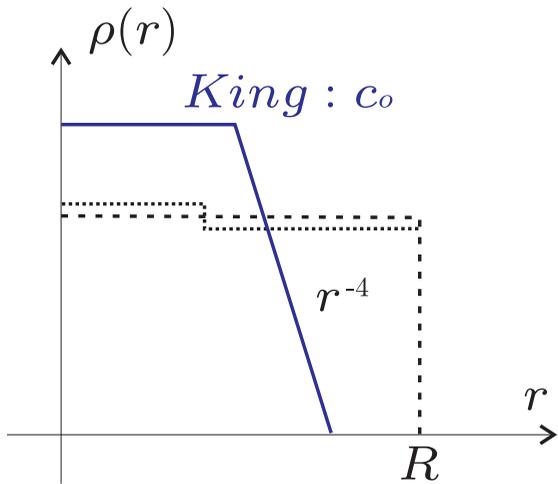
Evaporation



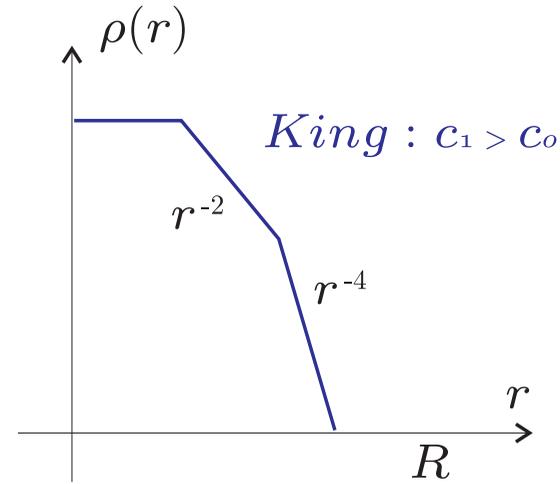
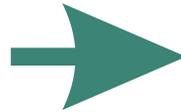


Un scénario très simple ...

① and ② à plus long terme ($\approx T_{rel}$)



Evaporation

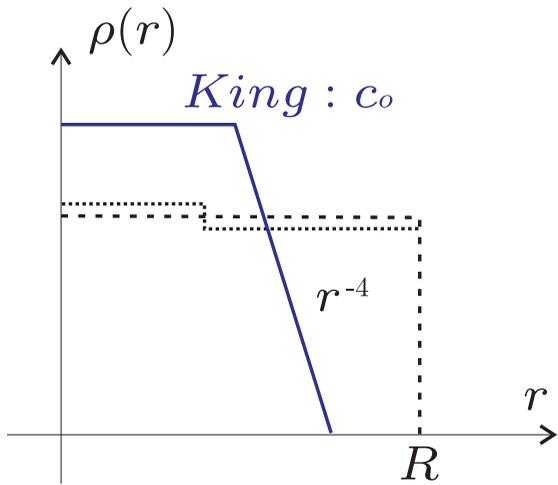


Core Collapse
by Antonov

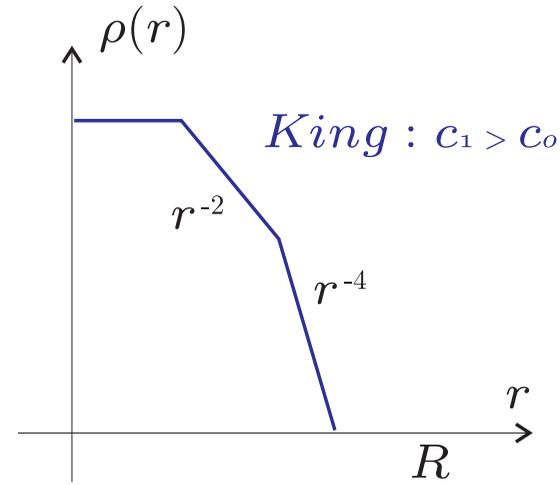
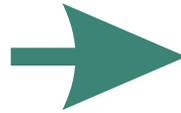


Un scénario très simple ...

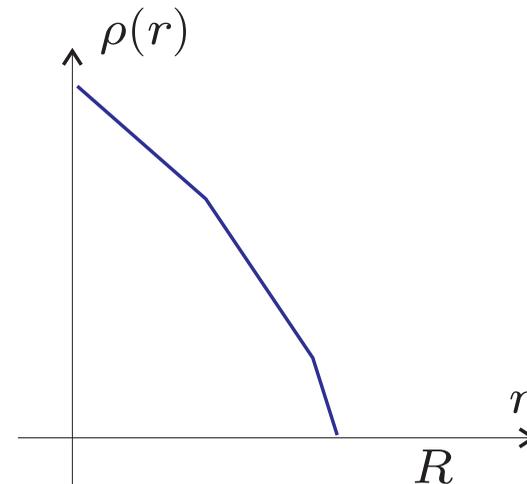
① and ② à plus long terme ($\approx T_{rel}$)



Evaporation



Core Collapse
by Antonov





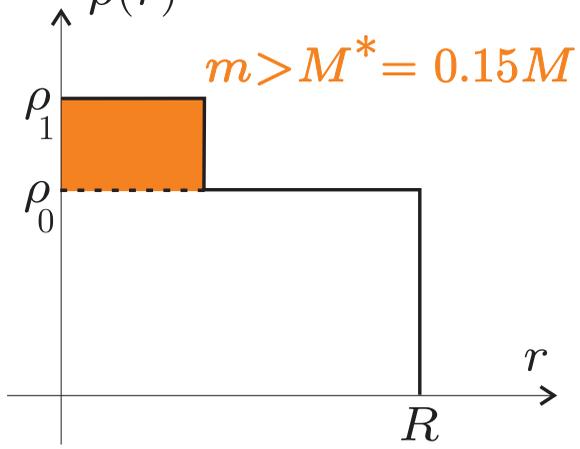
3

Effondrement inhomogène



3

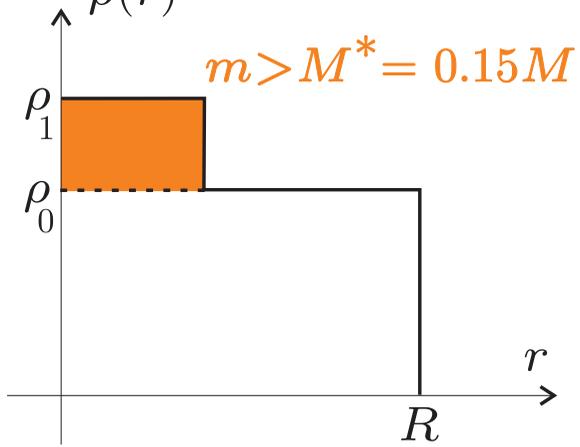
Effondrement inhomogène



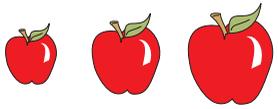


3

Effondrement inhomogène

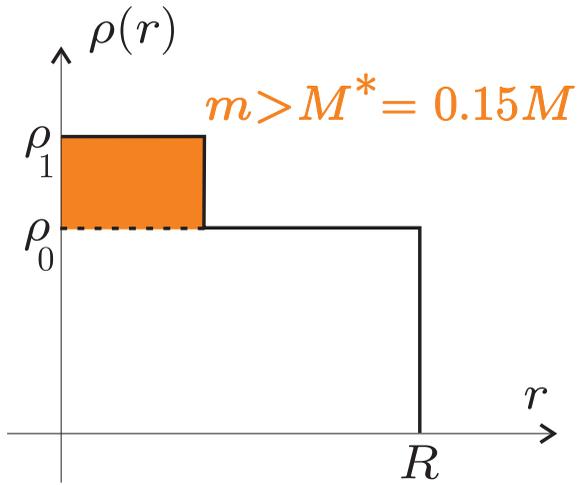


➔
Jeans 1

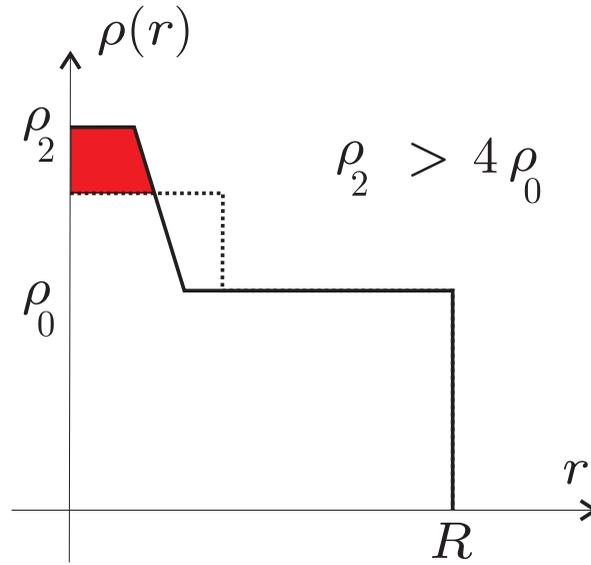


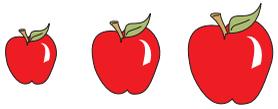
3

Effondrement inhomogène



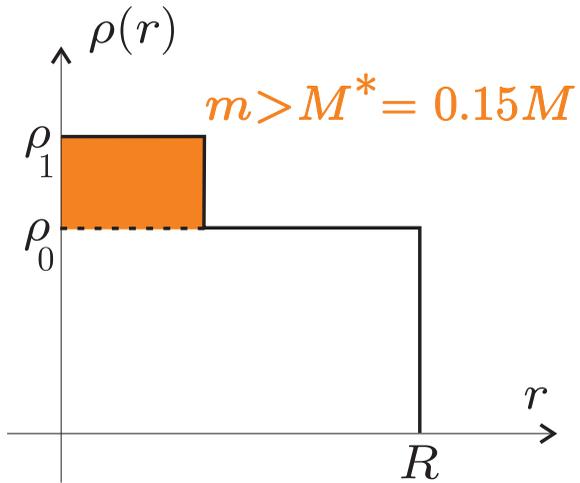
➔
Jeans 1



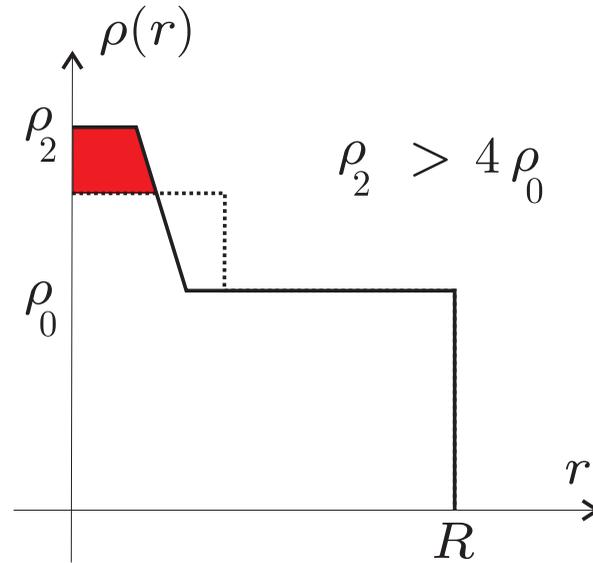


3

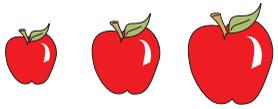
Effondrement inhomogène



➔ Jeans 1

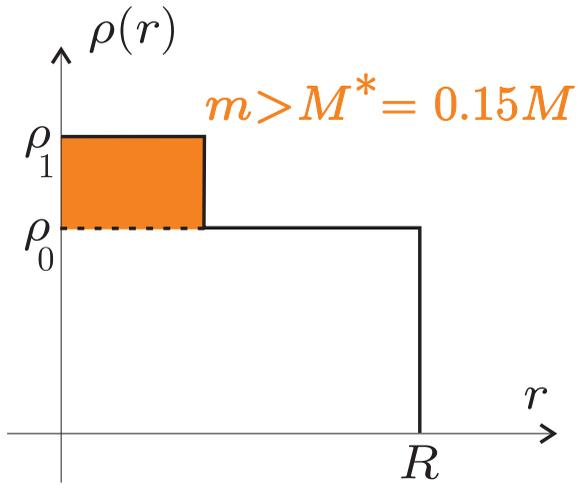


⬇ Antonov

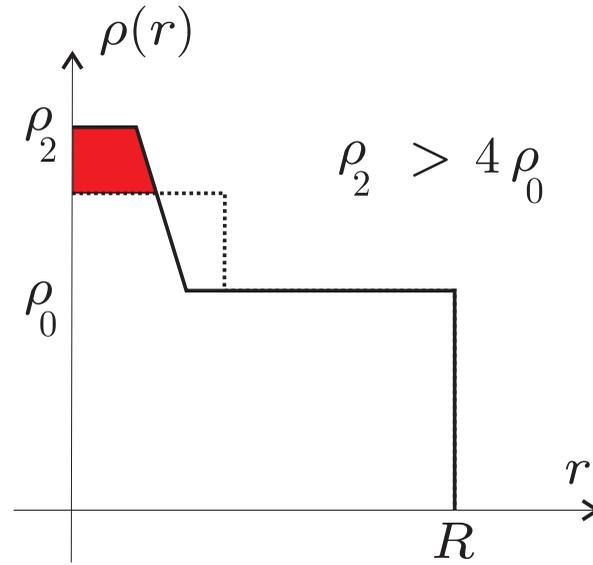


3

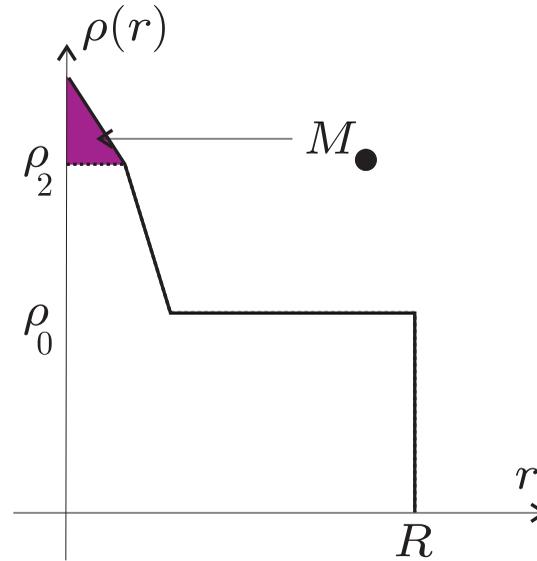
Effondrement inhomogène

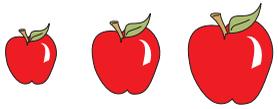


➔ Jeans 1



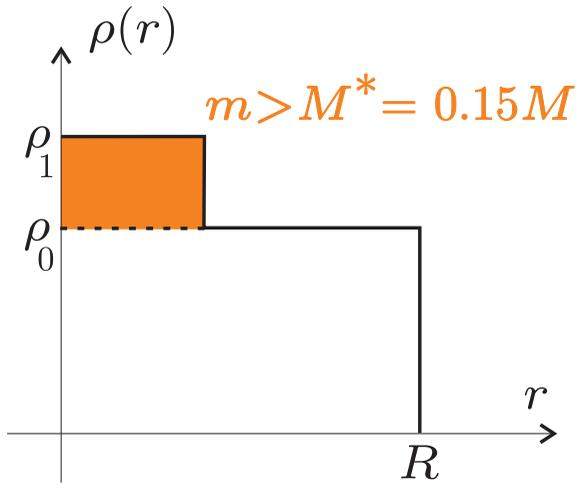
⬇ Antonov



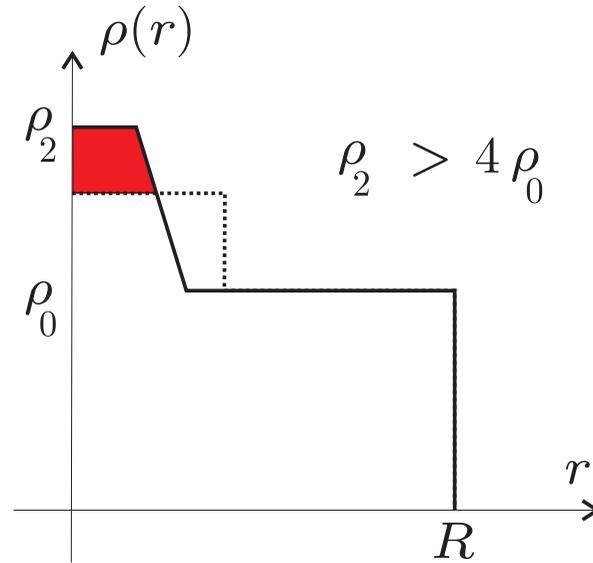


3

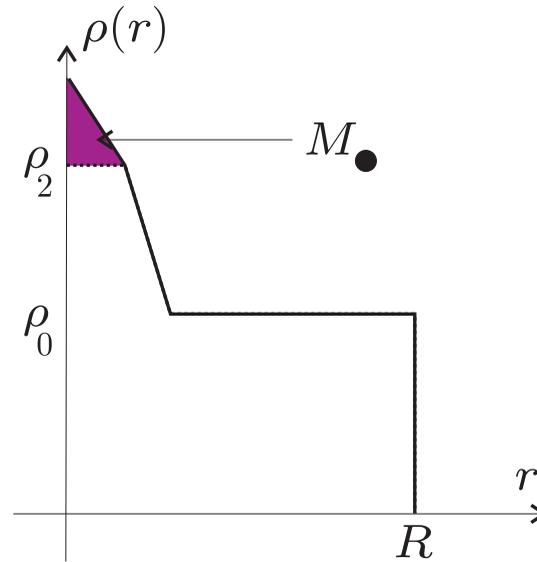
Effondrement inhomogène



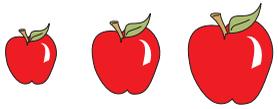
➔ Jeans 1



⬇ Antonov

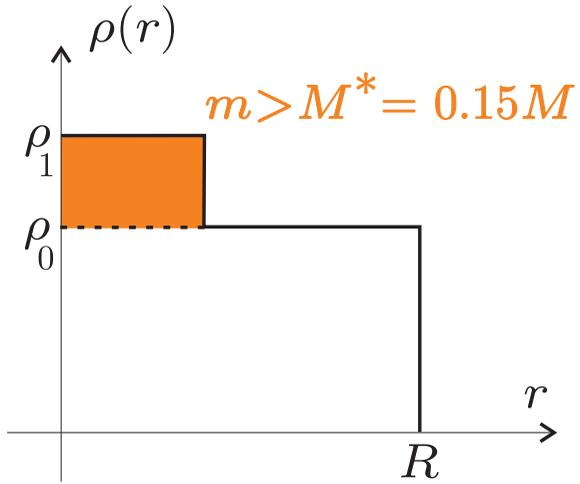


➔ Jeans 2 + Roi

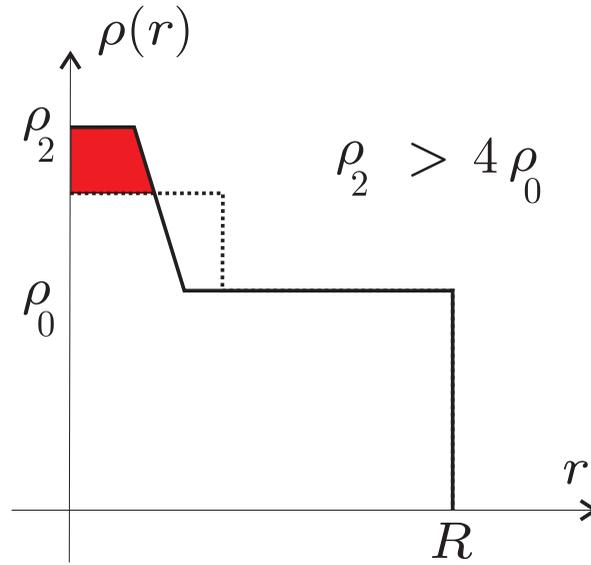


3

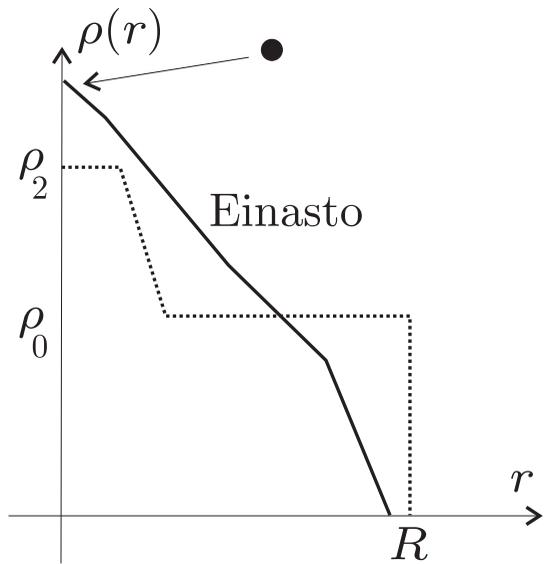
Effondrement inhomogène



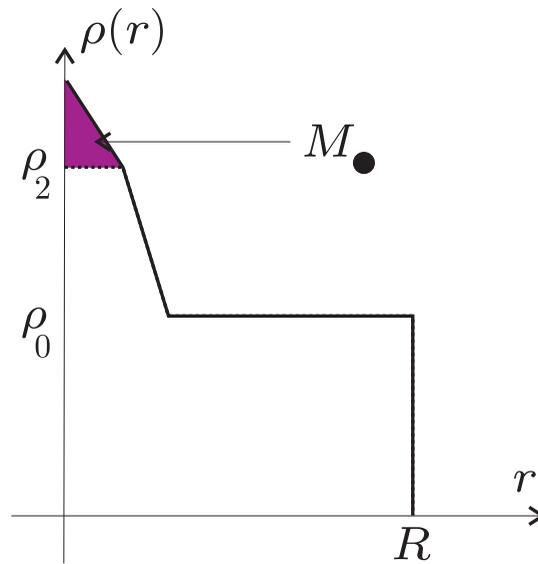
➔
Jeans 1

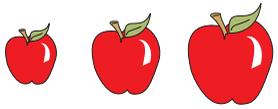


⬇
Antonov



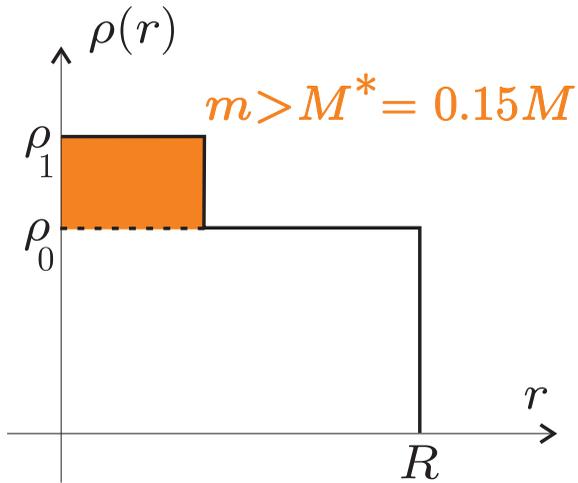
➔
Jeans 2
+ Roi



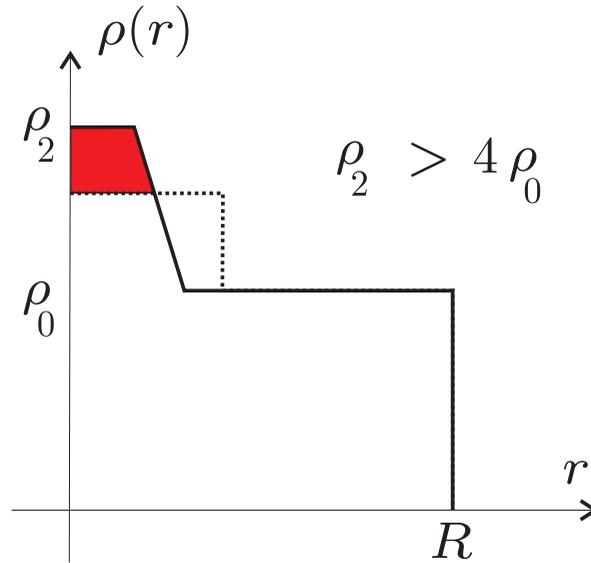


3

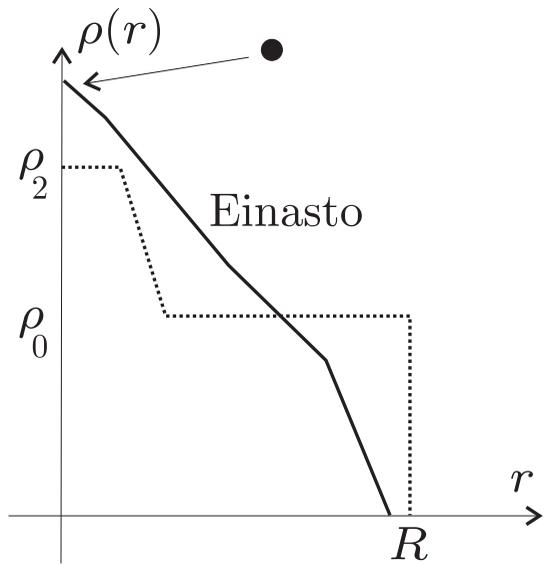
Effondrement inhomogène



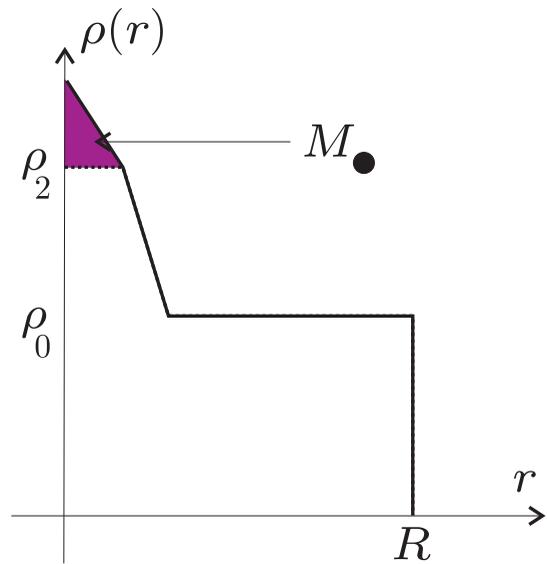
➔
Jeans 1



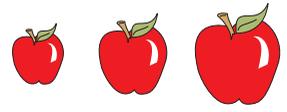
⬇ Antonov



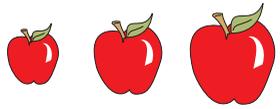
➔
Jeans 2
+ Roi



Un calcul grossier donne $M_\bullet \approx 10^{-5} \times M \dots!$



Conclusion



Conclusion

-  Effondrement homogène (\Rightarrow petites échelles)
-  produit un profil de King ;
-  ne peut pas développer ROI ;
-  évolution longue : effondrement du cœur ;
-  ne contient pas habituellement d'objet massif compact.



Conclusion



Effondrement homogène (\Rightarrow petites échelles)



produit un profil de King ;



ne peut pas développer ROI ;



évolution longue : effondrement du cœur ;



ne contient pas habituellement d'objet massif compact.

Un bon scénario pour la formation et l'évolution des amas globulaires



Conclusion

 Effondrement homogène (\Rightarrow petites échelles)

 produit un profil de King ;

 ne peut pas développer ROI ;

 évolution longue : effondrement du cœur ;

 ne contient pas habituellement d'objet massif compact.

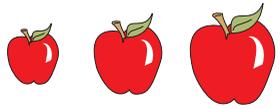
Un bon scénario pour la formation et l'évolution des amas globulaires

 Effondrement hiérarchique (\Rightarrow moyennes et grandes échelles)

 produit un profil à plusieurs pentes ;

 possiblement affecté par ROI;

 contient habituellement un objet massif compact.



Conclusion

 Effondrement homogène (\Rightarrow petites échelles)

-  produit un profil de King ;
-  ne peut pas développer ROI ;
-  évolution longue : effondrement du cœur ;
-  ne contient pas habituellement d'objet massif compact.

Un bon scénario pour la formation et l'évolution des amas globulaires

 Effondrement hiérarchique (\Rightarrow moyennes et grandes échelles)

-  produit un profil à plusieurs pentes ;
-  possiblement affecté par ROI;
-  contient habituellement un objet massif compact.

Un bon scénario pour la formation et l'évolution des galaxies