

Cours SOD314



*Optimisation non-différentiable et
introduction aux méthodes proximales*



Année 2019-2020

Pierre Carpentier (ENSTA Paris)

`pierre.carpentier@ensta-paris.fr`



Alice Chiche (EDF - CIST)

`alice.chiche@edf.fr`



François Pacaud (Artelys)

`francois.pacaud@artelys.com`

31 janvier 2020

Table des matières

1	Sous-différentiabilité	5
1.1	Définition et propriétés élémentaires	5
1.2	Lien avec la dérivée directionnelle $\ominus$	6
1.3	Lien avec la conjuguée de Fenchel	8
1.4	Calcul sous-différentiel	9
1.5	Sous-différentiel et opérateur maximal monotone $\ominus$	9
1.6	Sous-différentiel des fonctions marginales	10
1.6.1	Cas d'une fonction convexe-convexe	10
1.6.2	Cas d'une fonction convexe-concave	14
1.6.3	Cas d'une enveloppe supérieure	18
1.7	Conditions d'optimalité	19
1.8	Conditions de Karush-Kuhn-Tucker	20
2	Méthodes proximales	23
2.1	Introduction	23
2.1.1	Motivation	23
2.1.2	Aperçu de l'algorithme du gradient proximal	24
2.1.3	Quelques exemples	24
2.2	Outils pour les méthodes proximales	25
2.2.1	Régularisée de Moreau-Yosida	27
2.2.2	Opérateur proximal	28
2.3	Algorithme du gradient proximal	31
2.3.1	Présentation	31
2.3.2	Convergence	33
2.3.3	Accélération de l'algorithme du gradient proximal	35
2.3.4	Exemple	35
2.4	Extensions	36
2.4.1	Résolvante d'un opérateur $\ominus$	36
2.4.2	Méthodes algorithmiques avancées $\blacktriangle$	36
3	Méthodes de plans sécants et de faisceaux	37
3.1	Rappels de dualité	37
3.1.1	Définition du problème dual	37
3.1.2	Cas de la relaxation Lagrangienne	38
3.1.3	Régularité de la fonctionnelle duale	38
3.1.4	Liens entre les problèmes primal et dual	39
3.2	Méthode de plans sécants	41
3.2.1	Approximation tangentielle	41
3.2.2	Algorithme de plans sécants	43

3.2.3	Convergence	43
3.3	Méthode des faisceaux	44
3.3.1	Régularisé de Moreau-Yosida	44
3.3.2	Algorithme des faisceaux	45
3.3.3	Convergence	46
4	Algorithme du recouvrement progressif	49
4.1	Optimisation stochastique et arbre de scénarios	49
4.1.1	Quelques mots sur l'optimisation stochastique	49
4.1.2	Bref aperçu des arbres de scénarios	50
4.2	Méthode du « Progressive Hedging »	52
4.2.1	Principe de la décomposition par scénario	52
4.2.2	Modélisation mathématique	53
4.2.3	Opérateur d'agrégation	54
4.2.4	Algorithme du Progressive Hedging	56
	Références	61

Les sections marquées du symbole « $\blacktriangle$ » sont inachevées.

Les sections marquées du symbole « $\ominus$ » sont facultatives.