

Techniques Expérimentales Avancées: Traitement du Signal

Master 2 DFE

Romain Monchaux

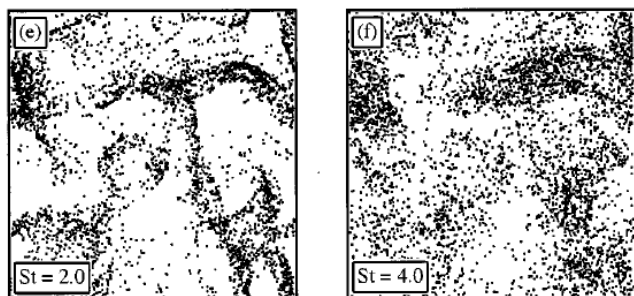
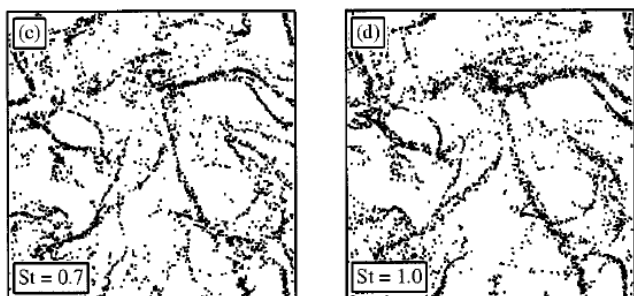
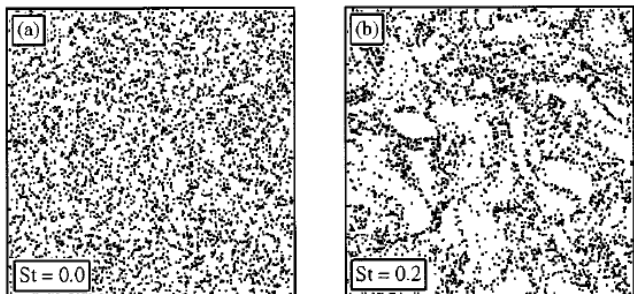
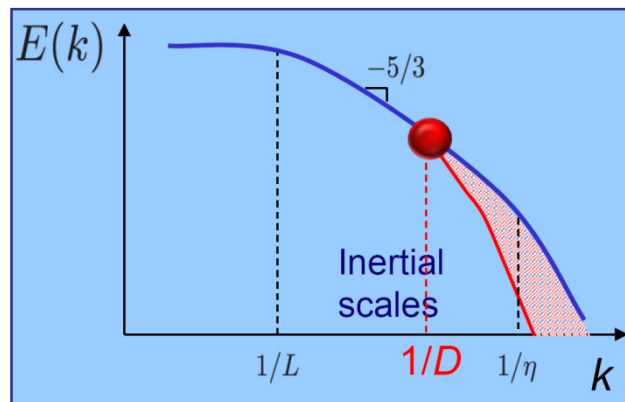
ENSTA – ParisTech, IMSIA

Institut pour les Sciences Mécaniques et Applications Industrielles

Particules inertielles et turbulence

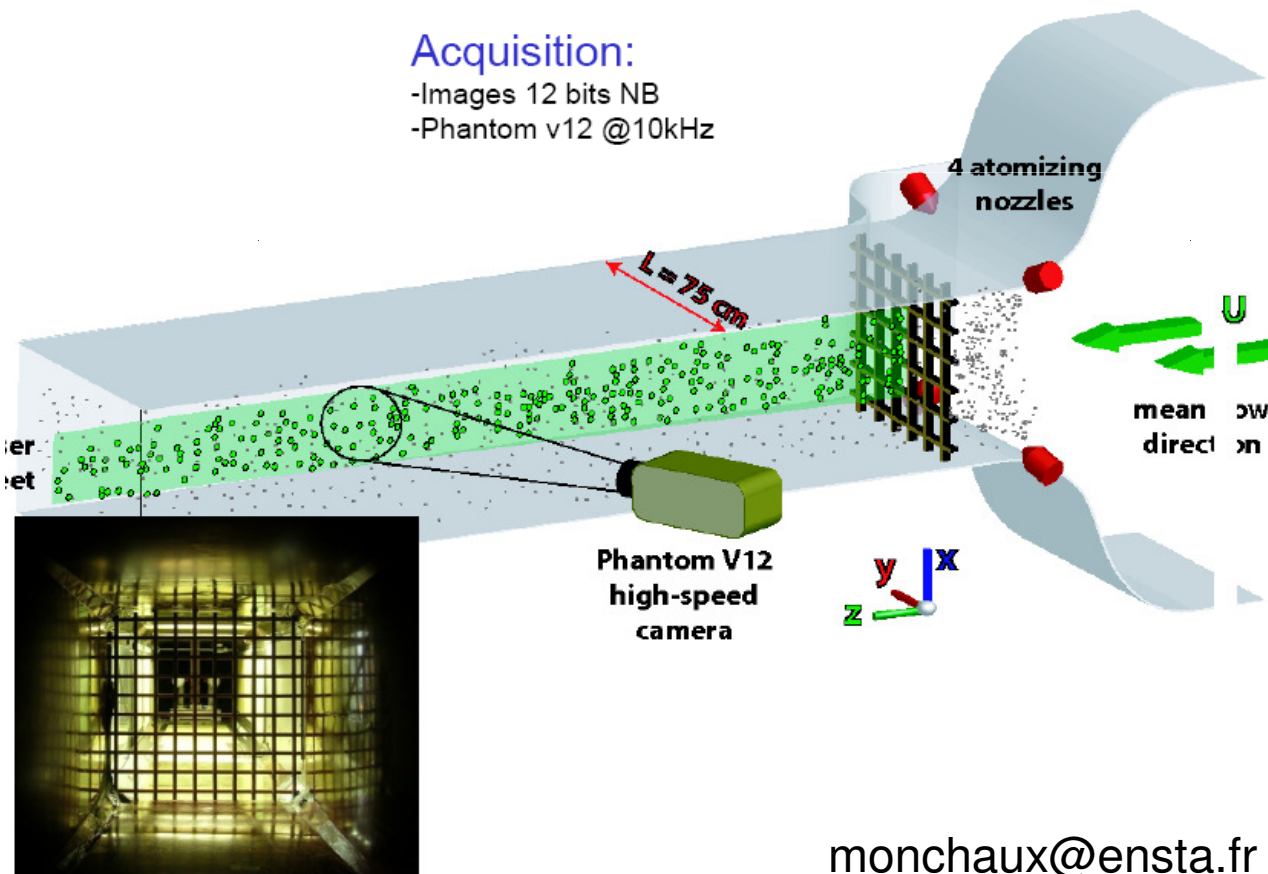
Densité: $\rho_p \neq \rho_f$

Taille: $\eta < D < L$

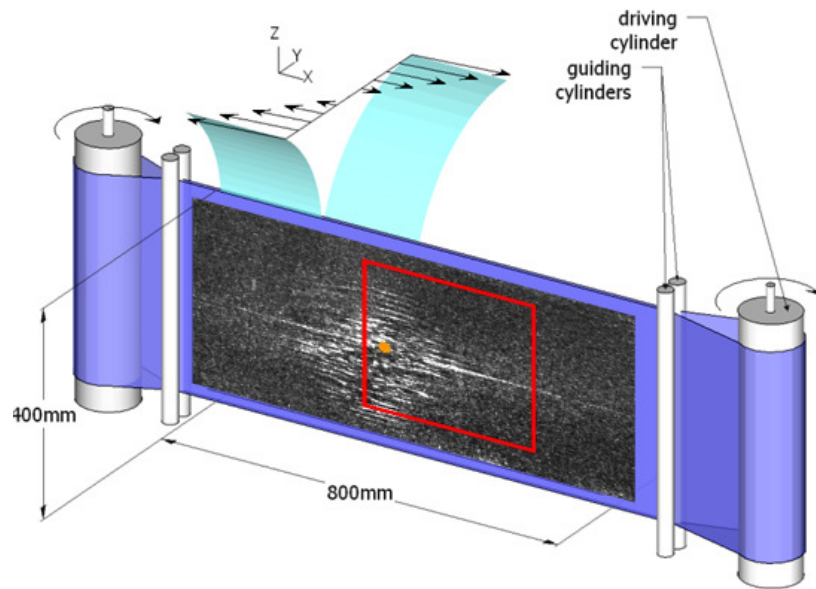


Acquisition:

- Images 12 bits NB
- Phantom v12 @10kHz



Ecoulement de Couette plan



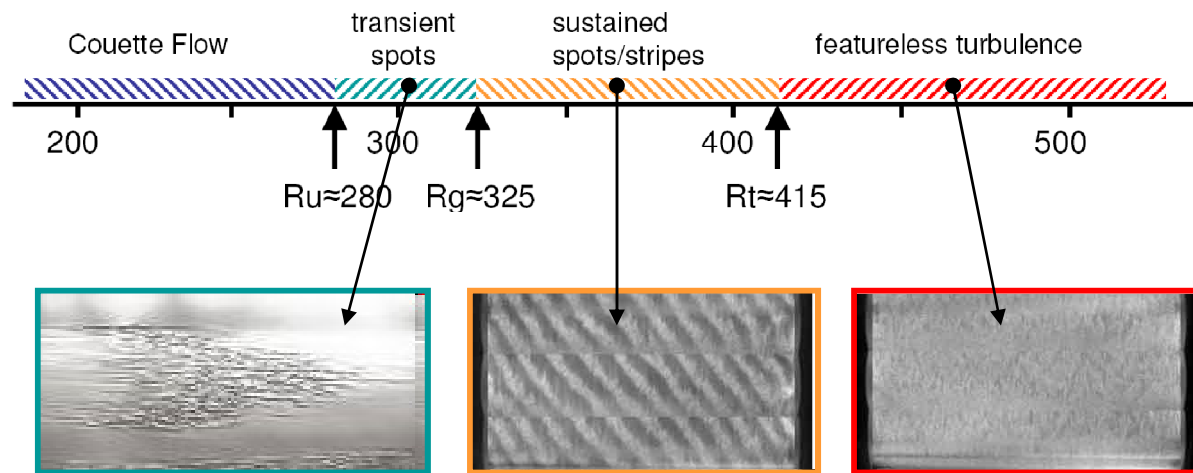
Enjeux majeurs

Instabilité et coexistence de domaines laminaire-turbulent

La turbulence un état transitoire?
une controverse internationale

Réalisation expérimentale difficile

Transition à la turbulence complexe



Techniques Expérimentales Avancées: Traitement du Signal

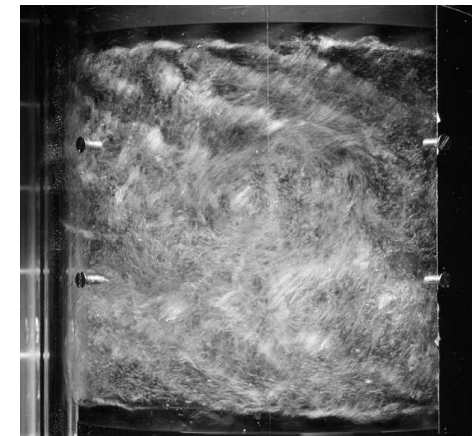
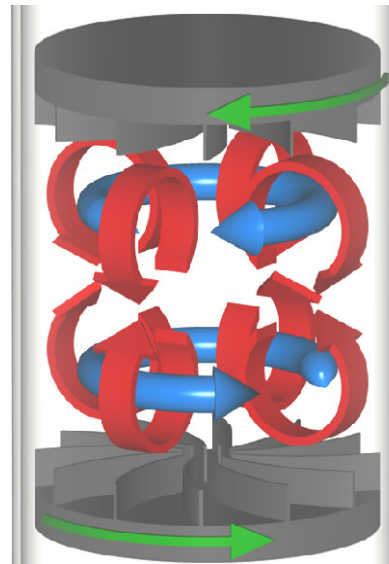
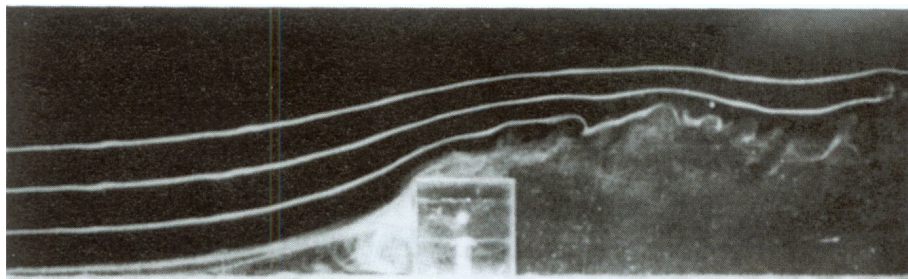
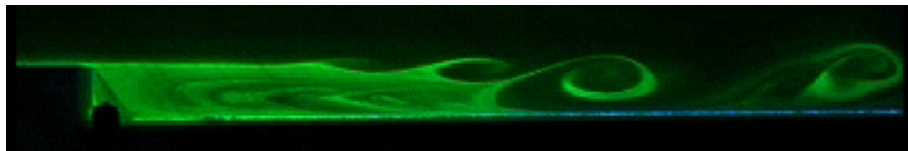
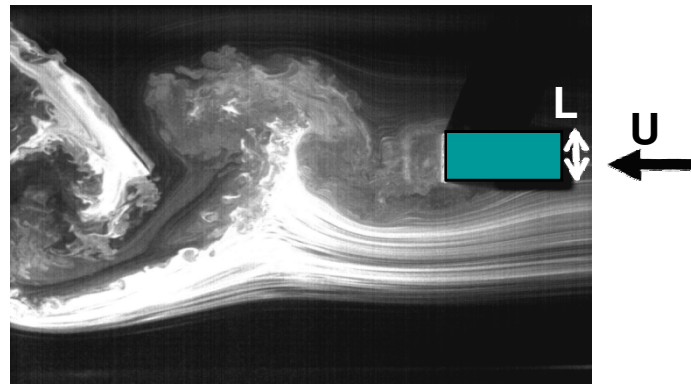
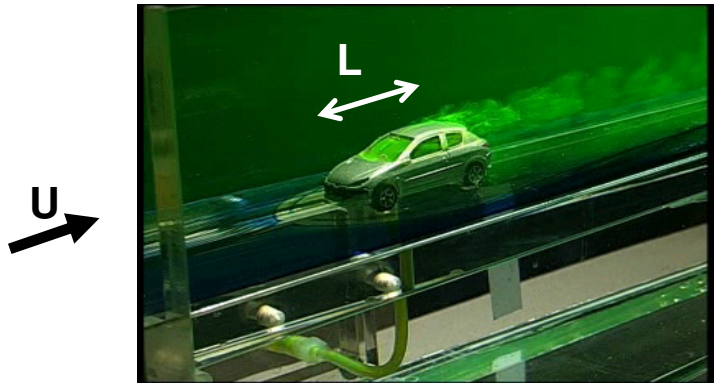
Master 2 DFE

Romain Monchaux

ENSTA – ParisTech, IMSIA

Institut pour les Sciences Mécaniques et Applications Industrielles

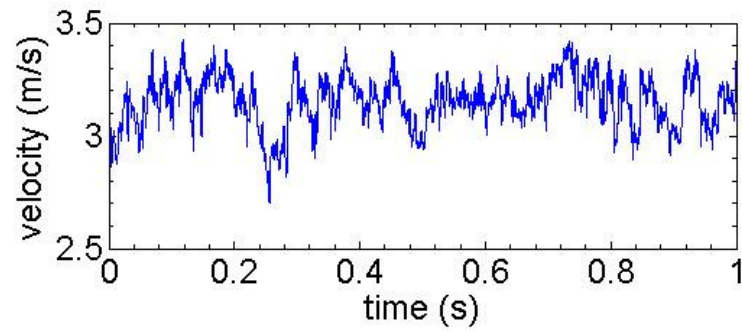
Traitement du signal: Motivations



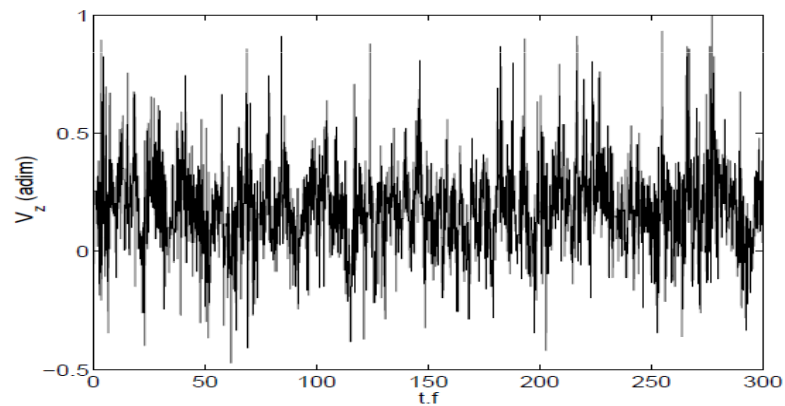
⇒ Visualiser, quantifier, caractériser

Traitement du signal: Motivations

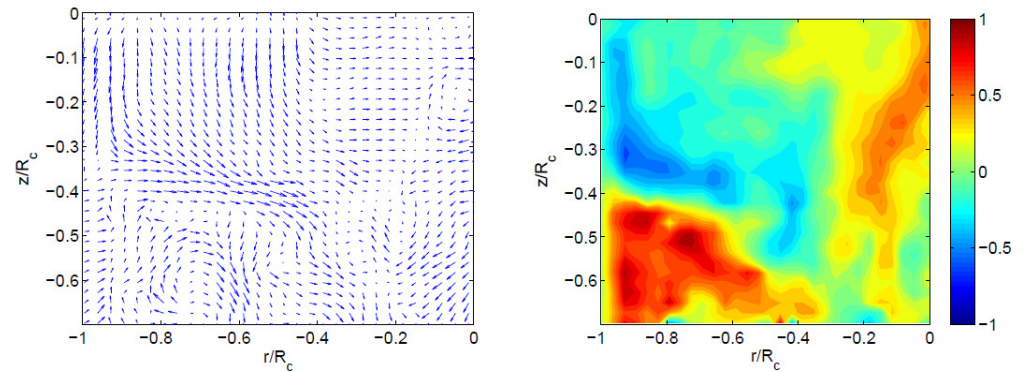
Jet turbulent: acquisition fil chaud



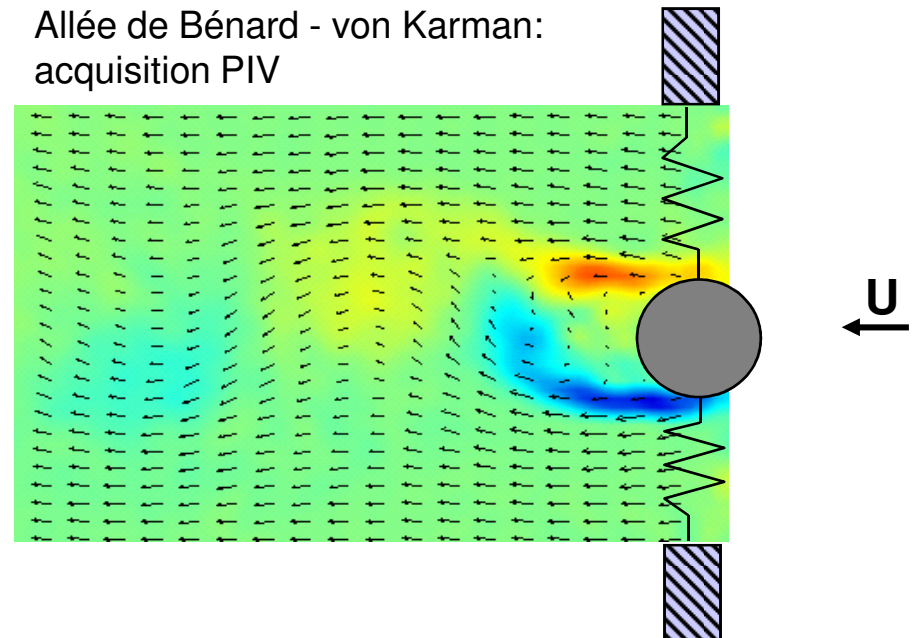
Ecoulement de von Karman: acquisition LDV



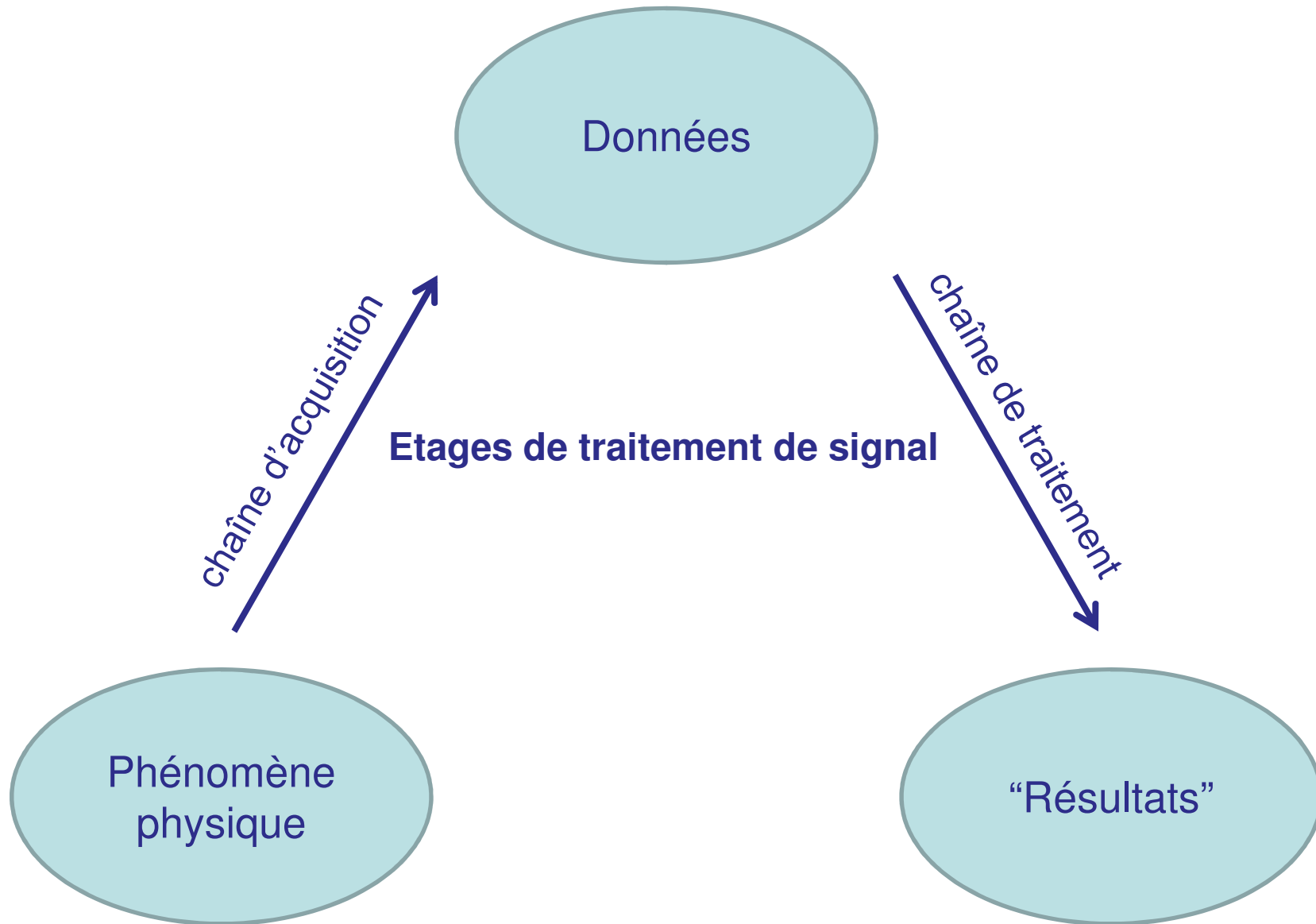
Ecoulement de von Karman: acquisition SPIV



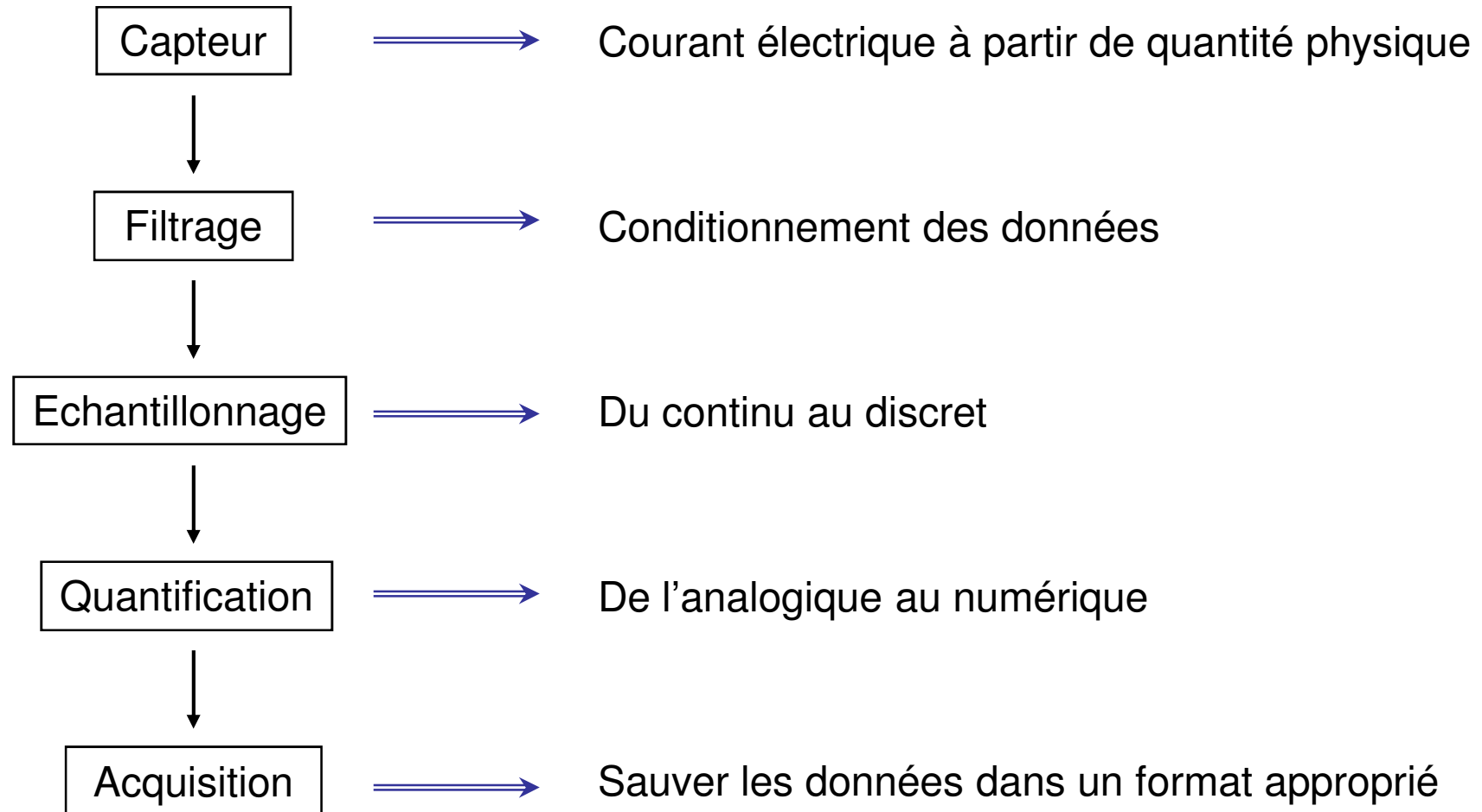
Allée de Bénard - von Karman: acquisition PIV



Traitement du signal: Motivations



Traitement du signal: Chaîne d'acquisition



Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Capteurs

Choisir les quantités physiques:

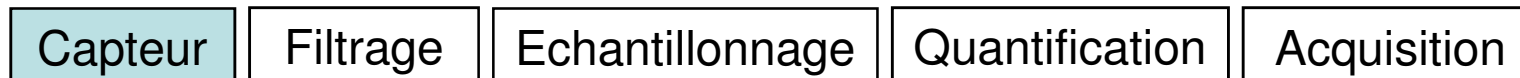
Pression
Position
Déplacement
Vitesse
Accélération
Vorticité
Déformation
Force
...

Choisir le capteur:

Fréquence d'échantillonnage
Sensibilité, gamme dynamique
Extension spatiale / Intégration
Intrusif ou pas?
Temps de vie
...

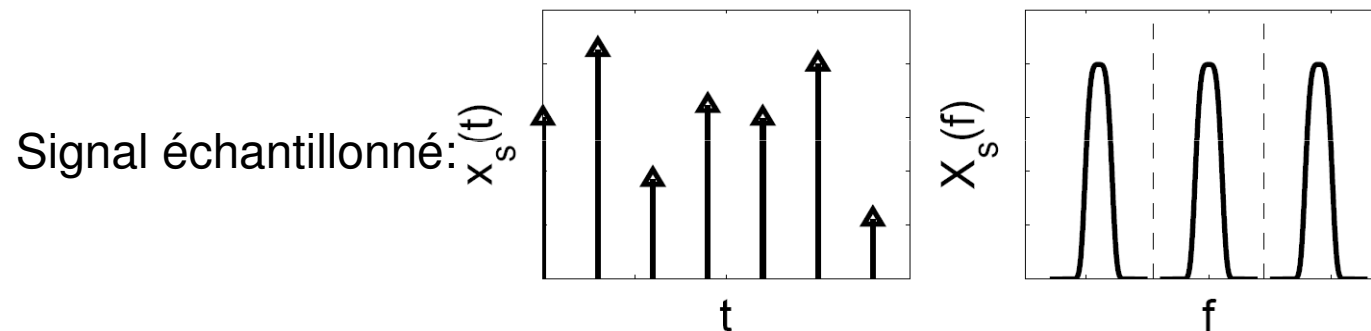
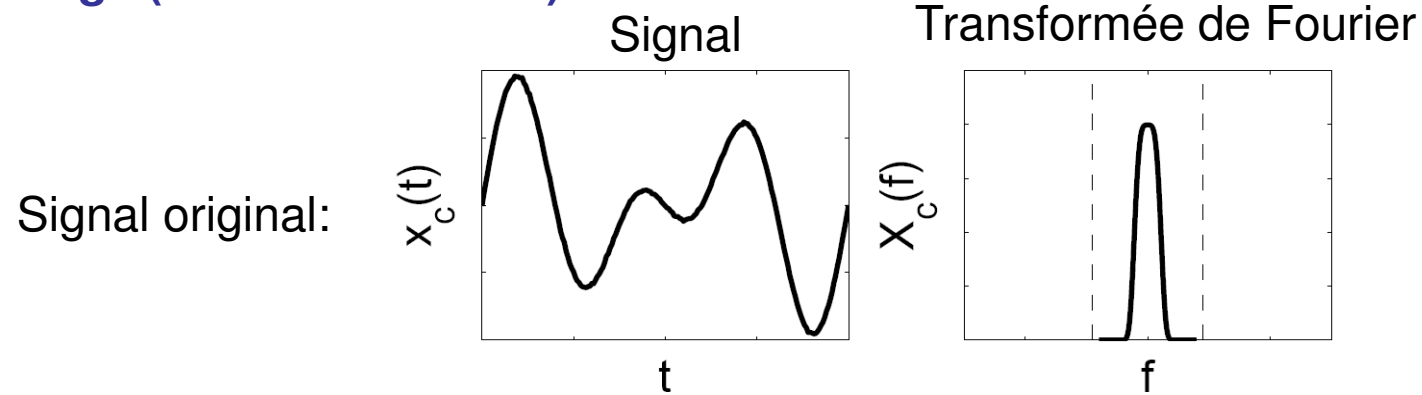
⇒ **Mesure directe**

⇒ **Mesure indirecte**



Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Echantillonnage (continu – discret)



$$x_s(t) = x_c(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} T_s \delta(t - kT_s)$$

$$X_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_s(t) e^{-2\pi jft} dt$$

$$X_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{-\infty} X_c\left(f - \frac{k}{T_s}\right)$$

Capteur

Filtrage

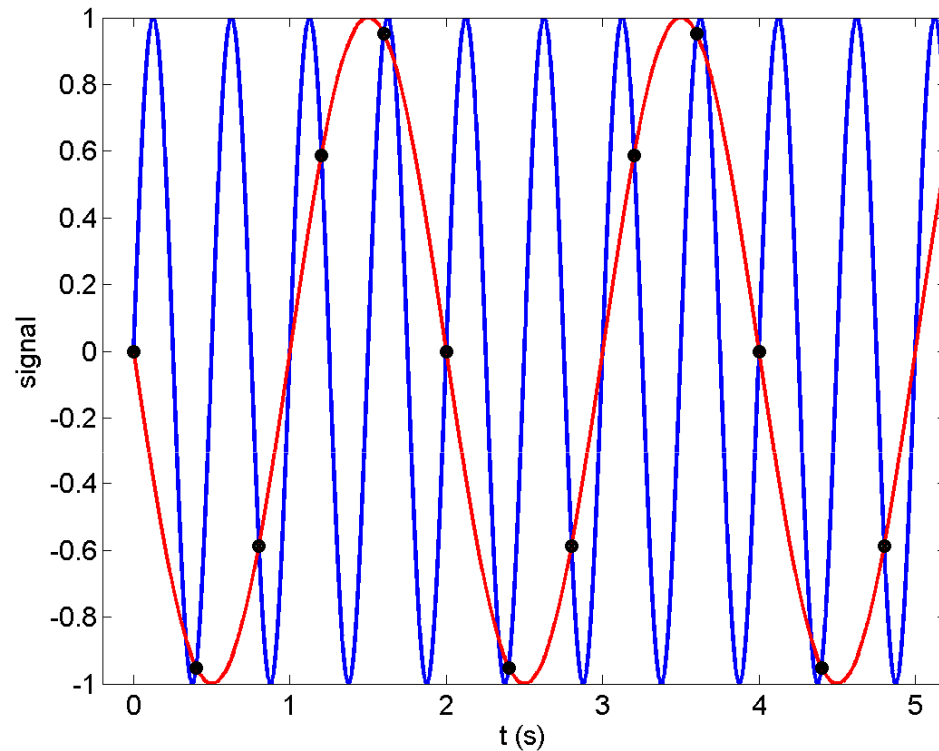
Echantillonnage

Quantification

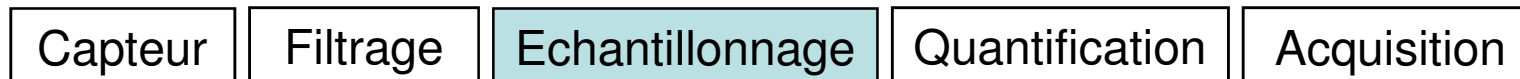
Acquisition

Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Echantillonnage (repliement de spectre - aliasing)



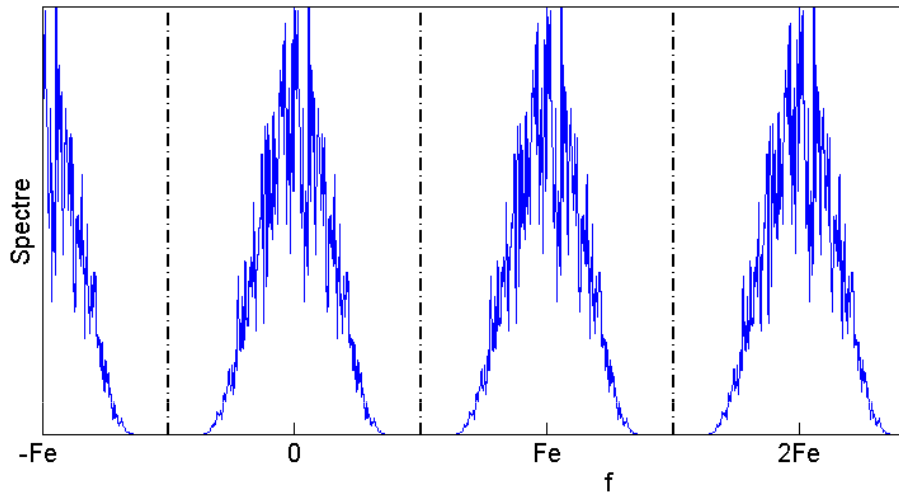
- Sinus à $f_1=2\text{Hz}$
- Sinus à $f_2=0.5\text{Hz}$
- Echantillons pris à 2.5Hz



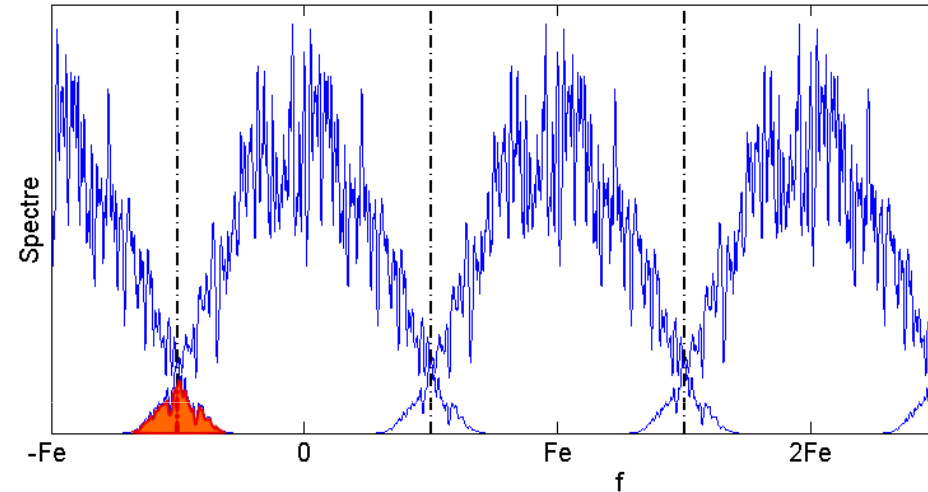
Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Echantillonnage (repliement de spectre - aliasing)

$F_{\max} < F_e/2$



$F_{\max} > F_e/2$



⇒ **Respect du critère de Shannon**

Capteur

Filtrage

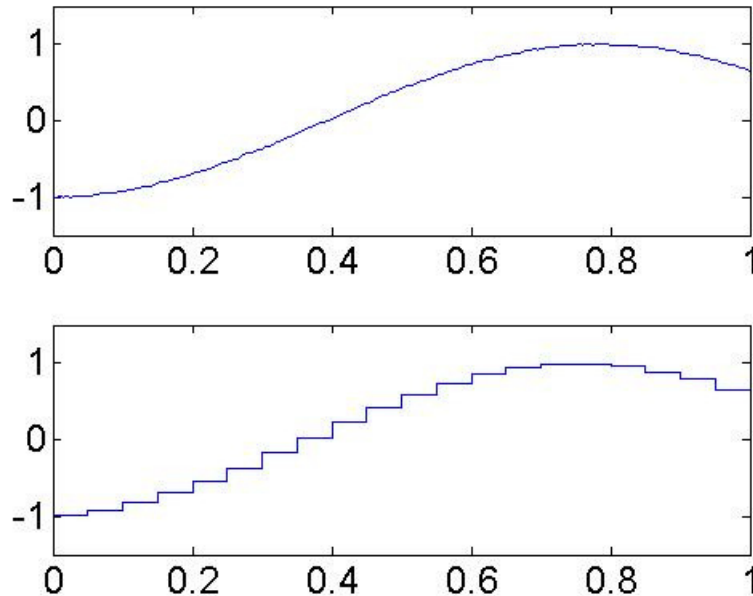
Echantillonnage

Quantification

Acquisition

Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Quantification (analogique - numérique)



Bruit de quantification:

Rapport signal sur bruit de quantification

Nb bits	8	12	16
S/B	53 dB	77 dB	110 dB

Niveau de quantification: n bits

Dynamique du signal: $\pm V_{max}$

Pas de quantification: $\delta V = \frac{2V_{max}}{2^n}$

Erreur distribuée uniformément sur: $-\delta V/2 < e(n) < \delta V/2$

Puissance de bruit:

$$\sigma_e^2 = \int_{-\delta V/2}^{\delta V/2} e^2 \frac{1}{\delta V} = \frac{\delta V^2}{12} = \frac{V_{max}^2 2^{-2n}}{3}$$

Capteur

Filtrage

Echantillonnage

Quantification

Acquisition

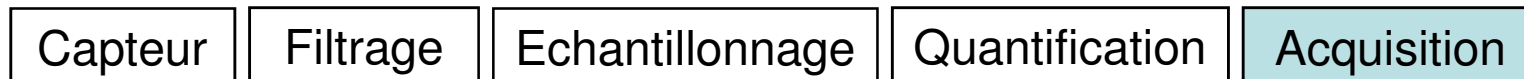
Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Acquisition

Action irréversible (cf. filtrage)

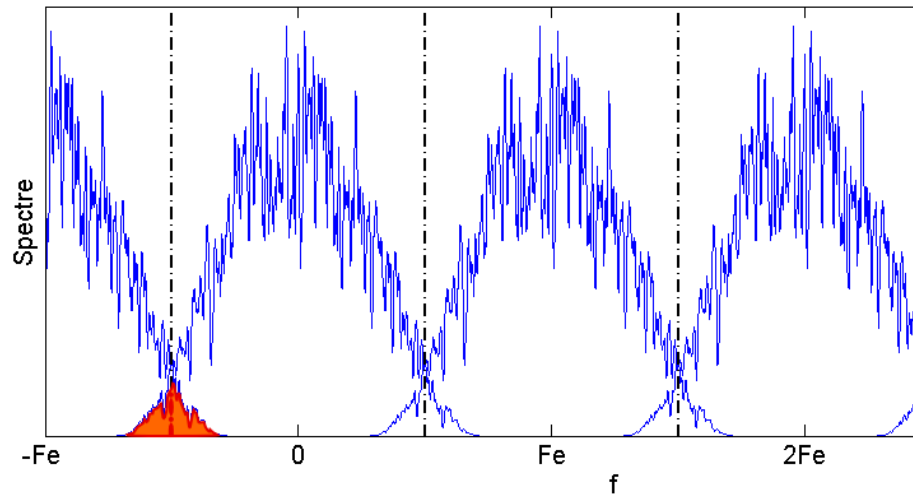
Flux de données:

- volume de données vs bande passante
- vitesse écriture
- dimension mémoire (RAM)



Traitement du signal: Chaîne d'acquisition

Filtrage



Passe-bas
Passe-Haut
Passe-Bande

Pour respecter le critère de Shannon

Pour limiter la quantité de données

Pour réduire le niveau de bruit

Capteur

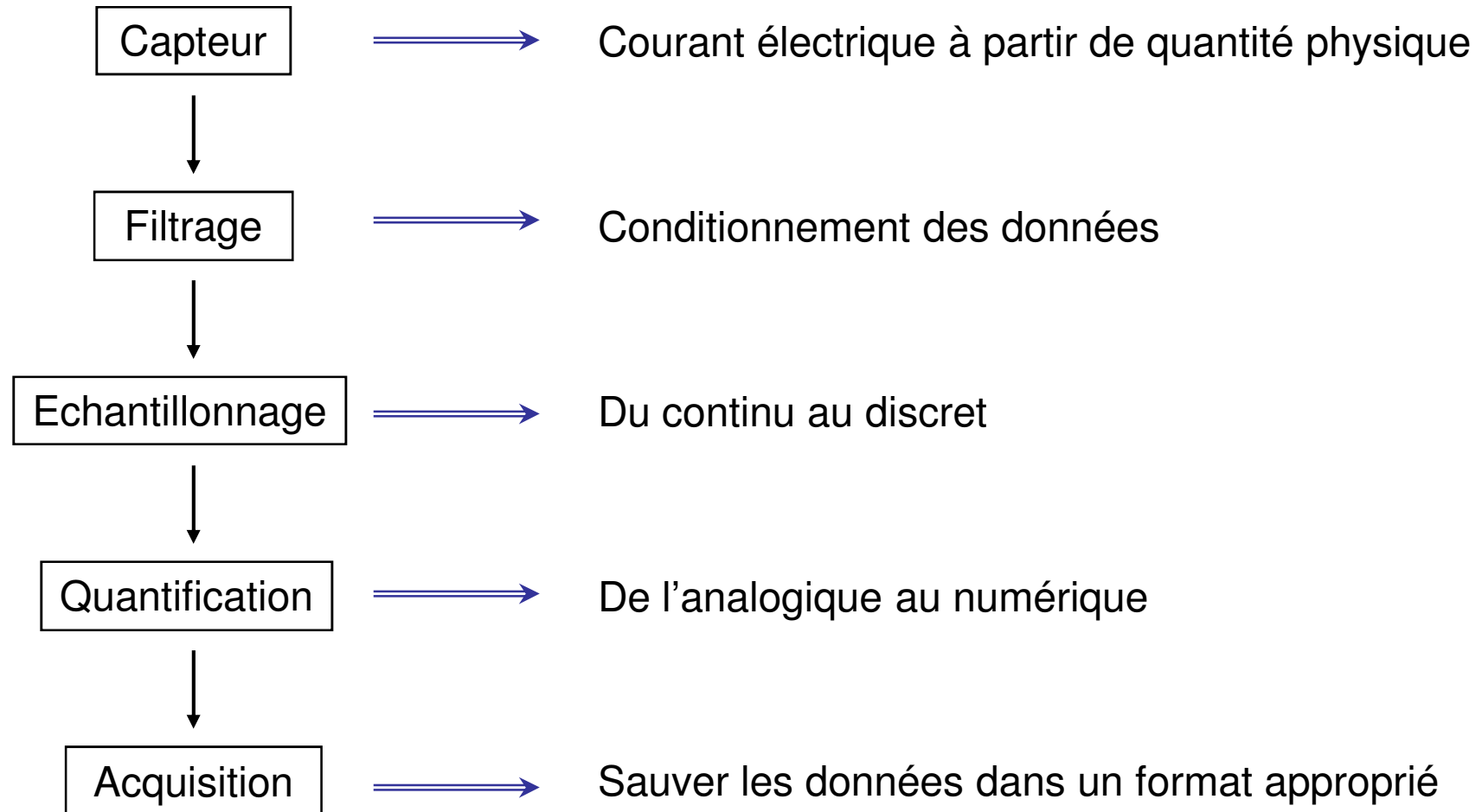
Filtrage

Echantillonnage

Quantification

Acquisition

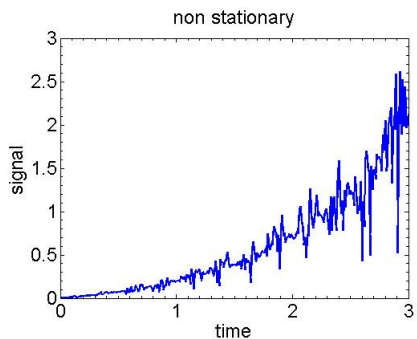
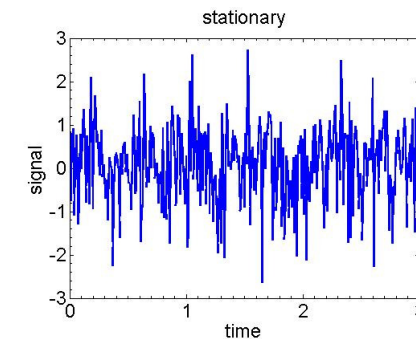
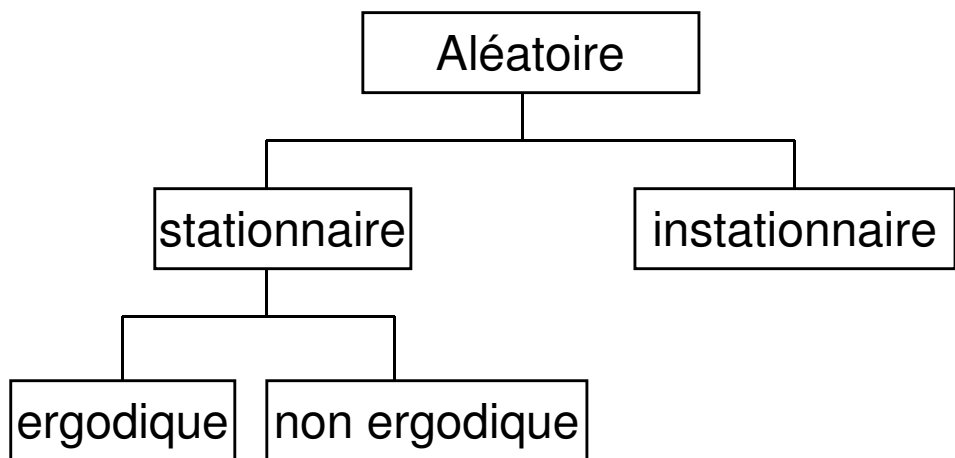
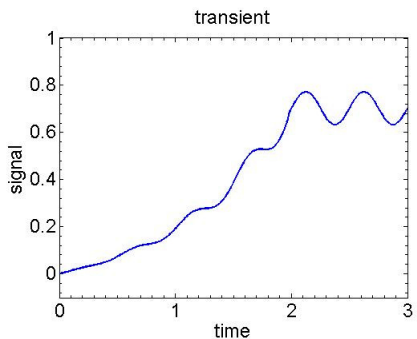
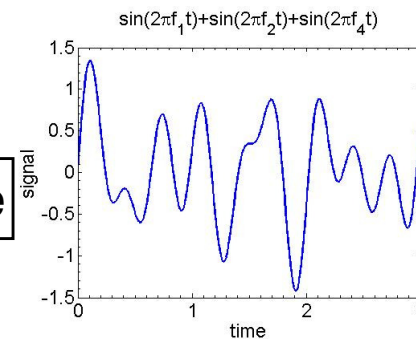
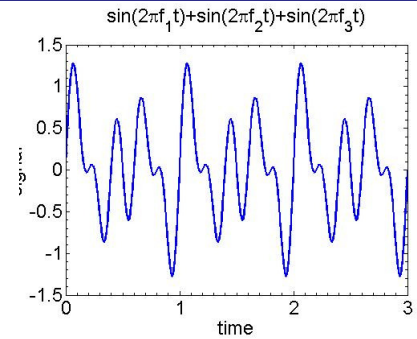
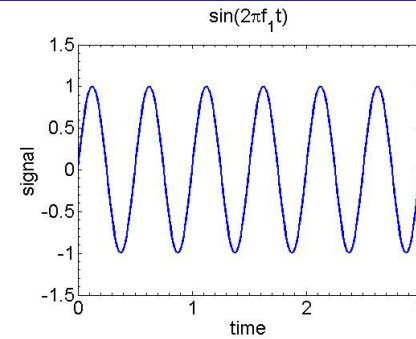
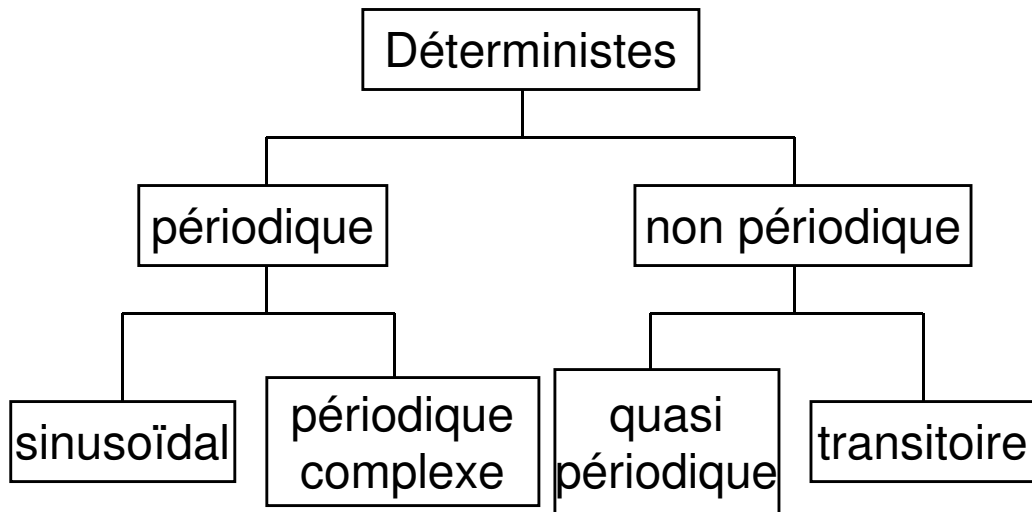
Traitement du signal: Chaîne d'acquisition



➡ **Reste à analyser ces signaux!**

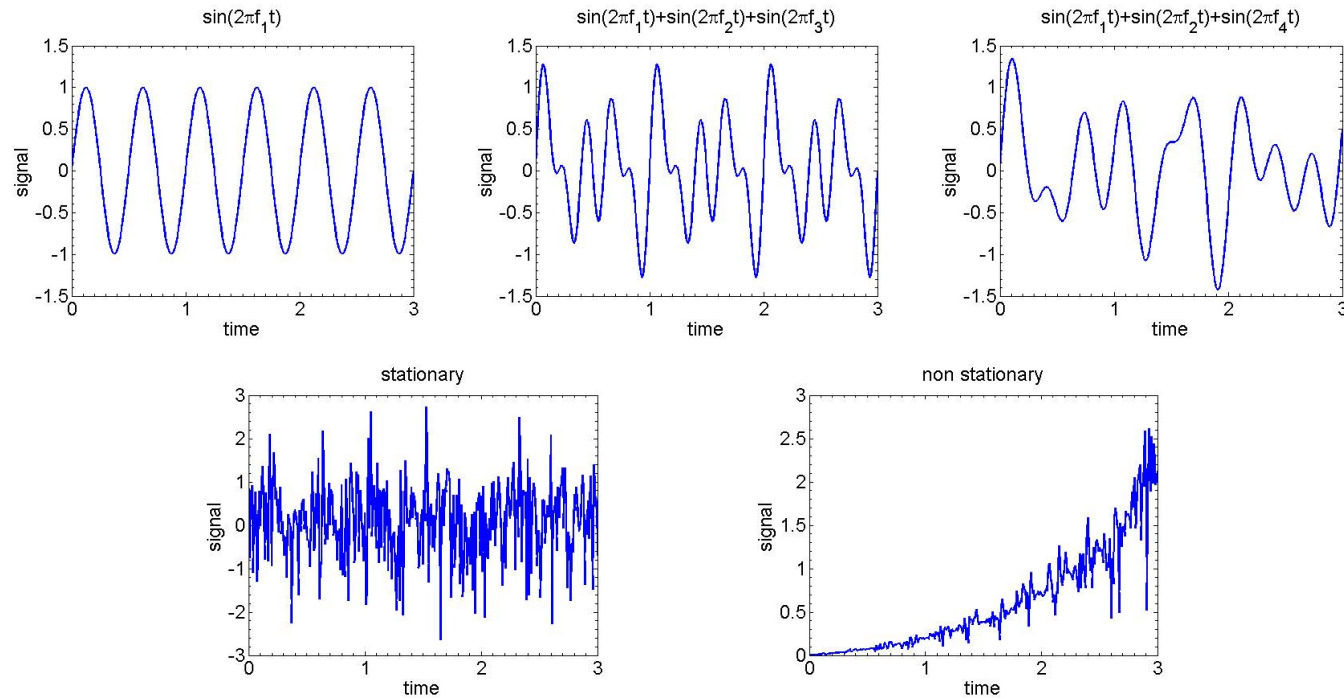
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Signaux déterministes vs. aléatoires



Traitement du signal: Chaîne de traitement

Enjeux du traitement



Grandeurs statistiques:

- moyenne, écart-type
- corrélations

Densités de probabilités:

- asymétries de fluctuations
- mise en évidence d'effets complexes

Contenu spectral:

- informations riches (voir exemples en TD)

Dérives:

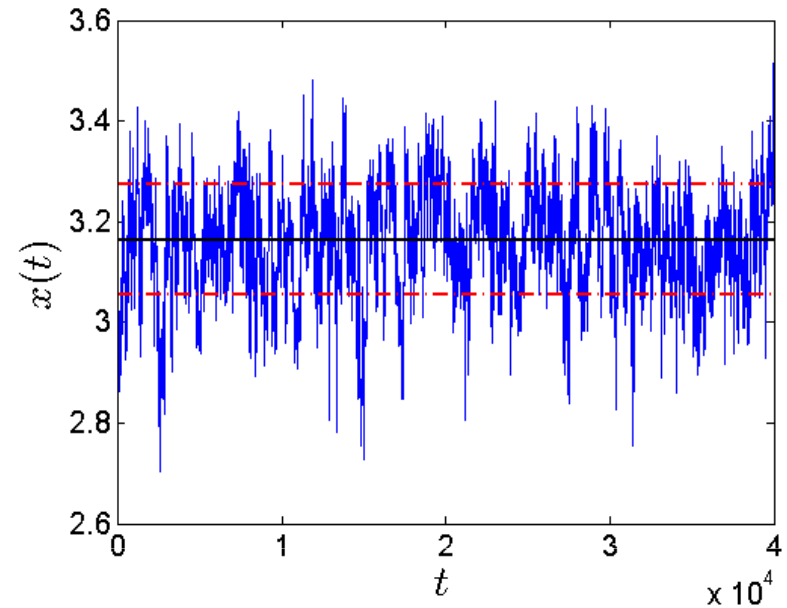
- temporelles ou spatiales
- qualité des données, effets non triviaux à temps longs

Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyennes et écart-type:

$$\bar{p} = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} p[n]$$

$$p_{rms} = \left(\frac{1}{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} (p[n] - \bar{p})^2 \right)^{1/2}$$



Ecart-type (rms):

- attention au biais d'estimation!
- mesure des fluctuations
- largeur des distributions
- dispersion de données
- barres d'erreur empirique

Signaux stationnaires:

- les grandeurs ont un sens évident

Signaux instationnaires:

- plus de sens de ces statistiques
- notion de moments glissants

Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyennes:

Moyenne d'ensemble : $\langle T(\vec{x}, t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i(\vec{x}, t)$

On répète N fois la même expérience, et on moyenne les N réalisations qui ont été obtenues au bout du temps t

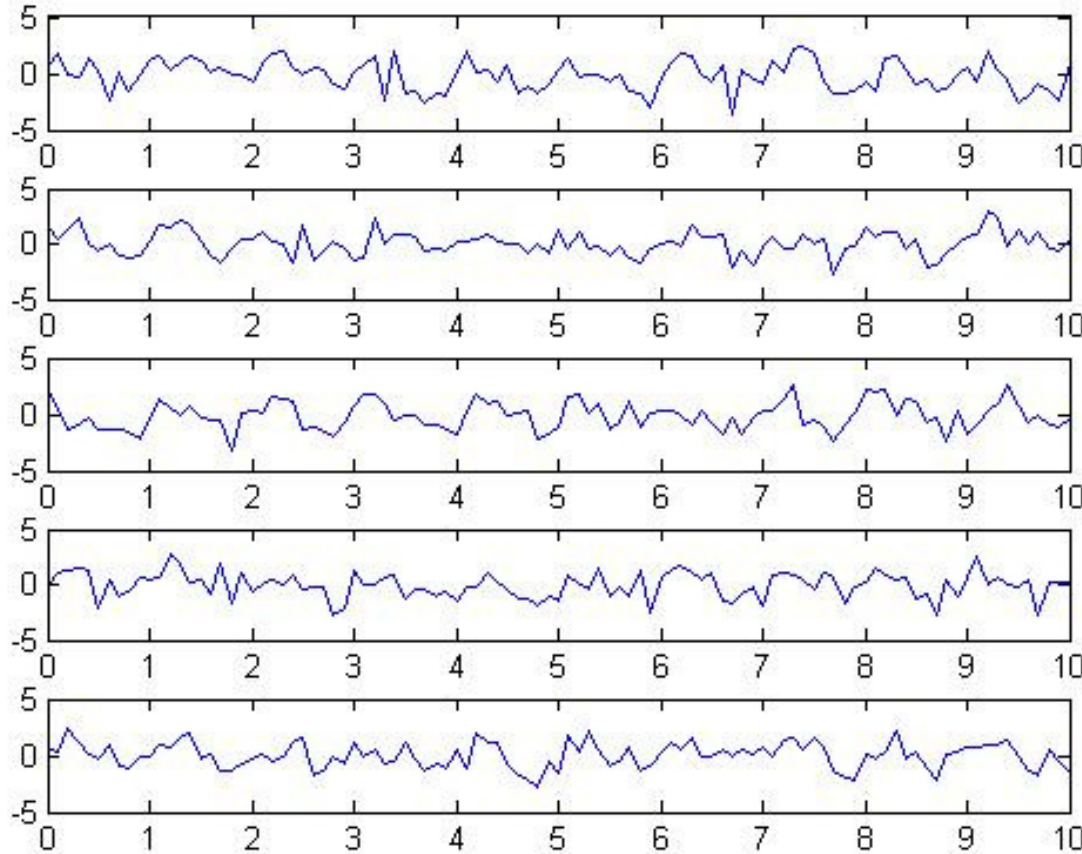
Moyenne temporelle : $\overline{T}_a(\vec{x}, t) = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a T(\vec{x}, t + s) ds$

$$\overline{T}(\vec{x}) = \lim_{a \rightarrow \infty} \overline{T}_a(\vec{x}, t)$$

Ergodicité si les deux moyennes coïncident

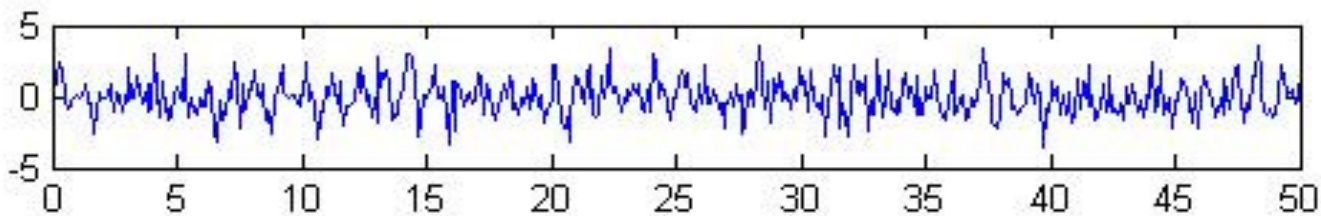
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyennes:



5 réalisations de
10 unités de
temps

1 réalisation de 50 unités de temps

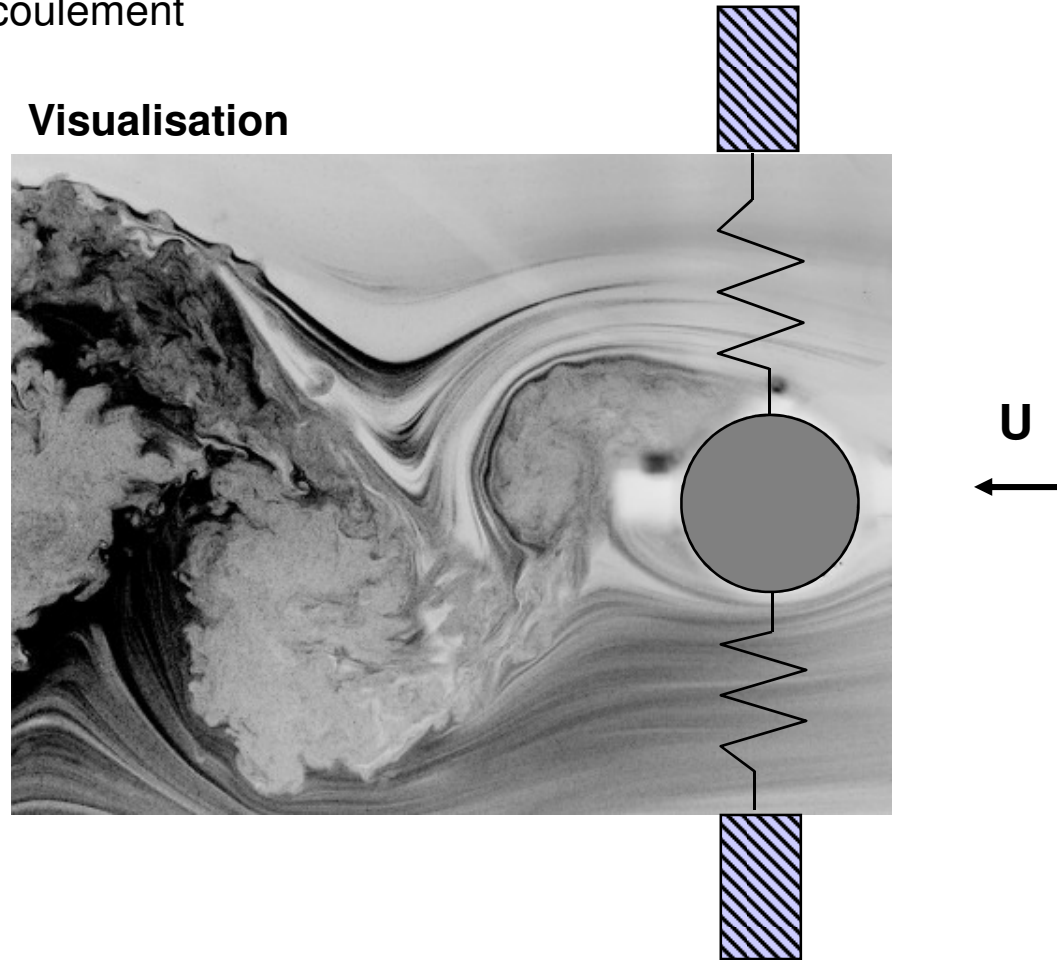


Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyenne d'ensemble et temporelle :

Sillage d'un cylindre en oscillation forcée par l'écoulement

Visualisation

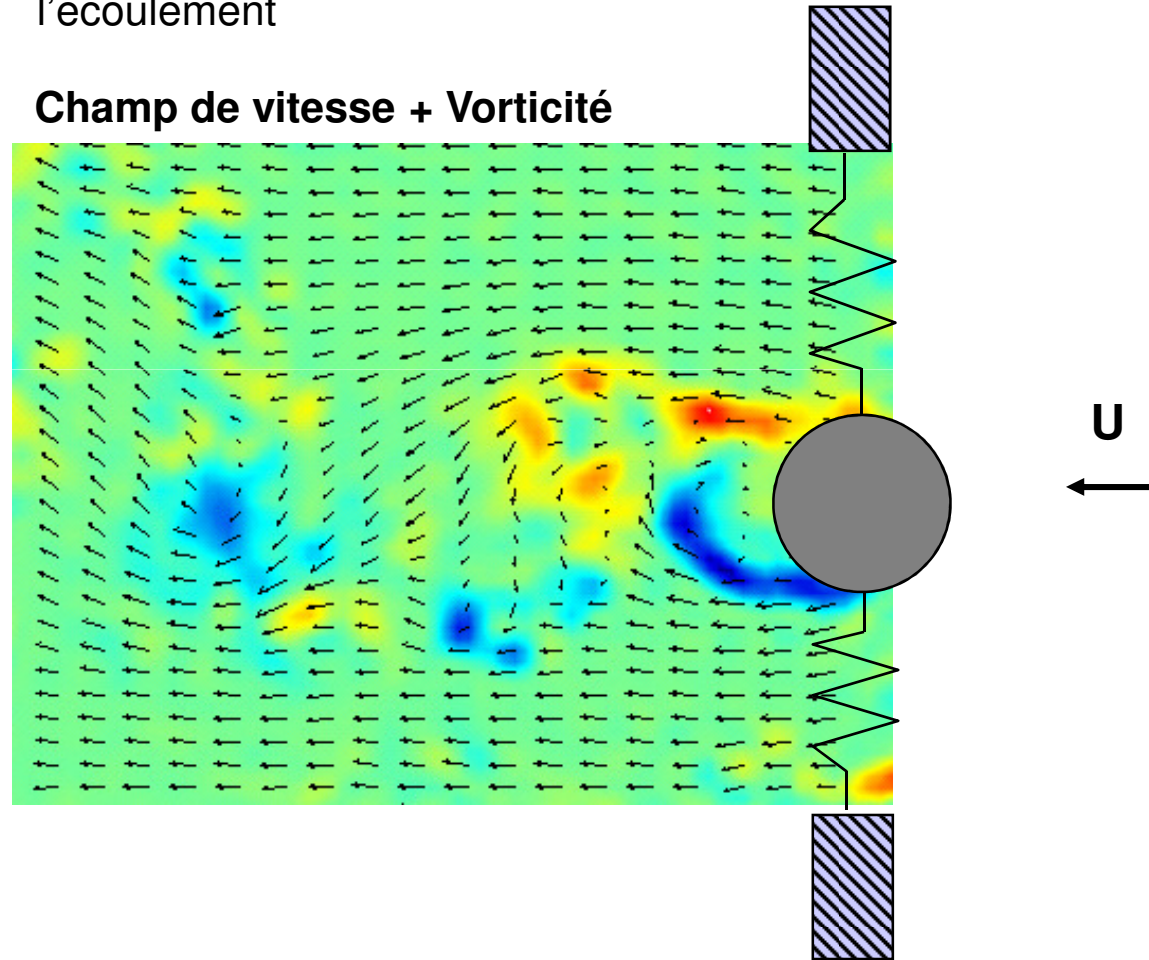


Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyenne d'ensemble et temporelle :

Sillage d'un cylindre en oscillation forcée par l'écoulement

Champ de vitesse + Vorticité

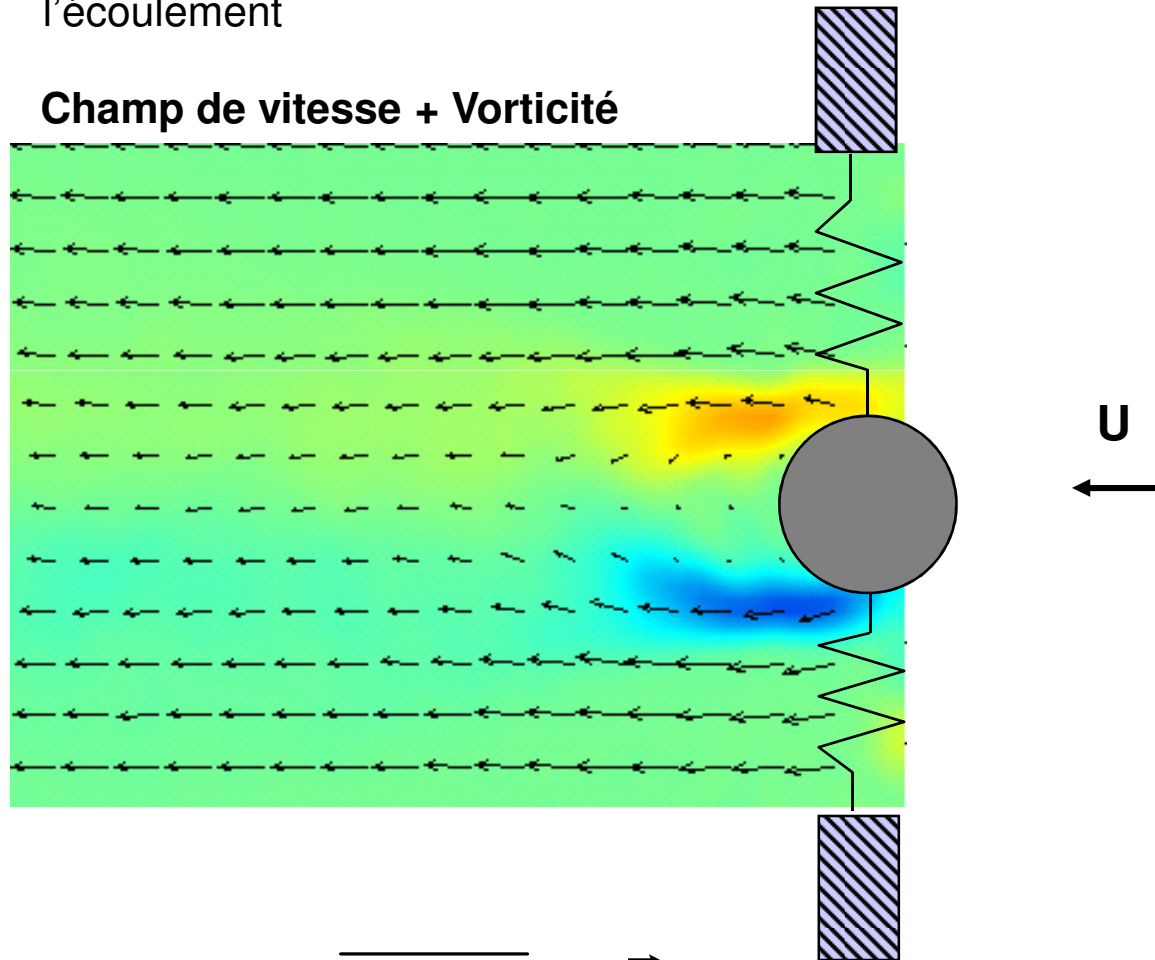


Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyenne d'ensemble et temporelle :

Sillage d'un cylindre en oscillation forcée par l'écoulement

Champ de vitesse + Vorticité

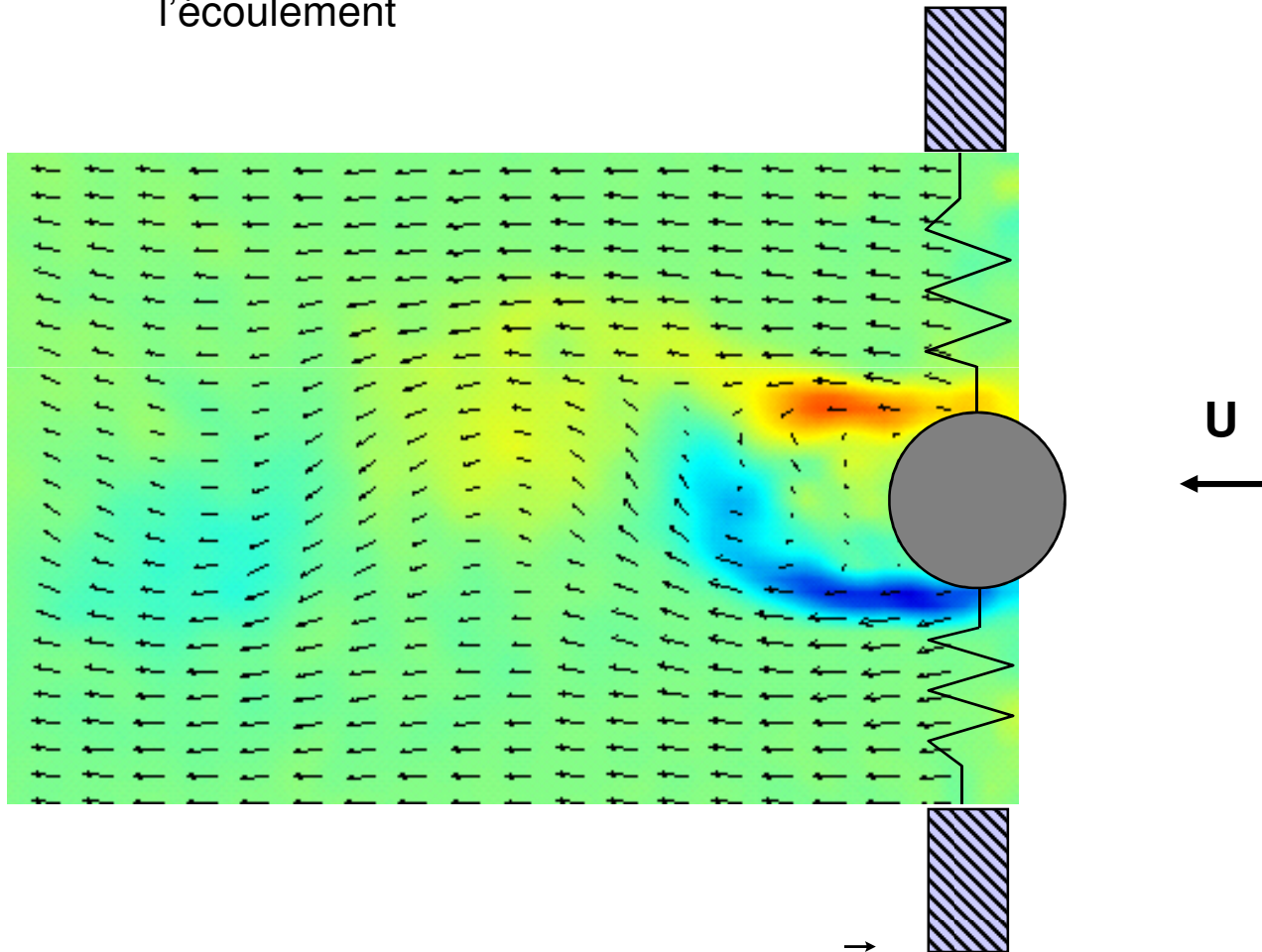


Moyenne temporelle : $\overline{\vec{u}(\vec{x}, t)} = \vec{U}(\vec{x})$

Traitement du signal: Chaîne de traitement

Moyenne d'ensemble et temporelle :

Sillage d'un cylindre en oscillation forcée par l'écoulement



Moyenne d'ensemble : $\langle \vec{u}(\vec{x}, t_1) \rangle = \vec{U}(\vec{x}, t_1)$

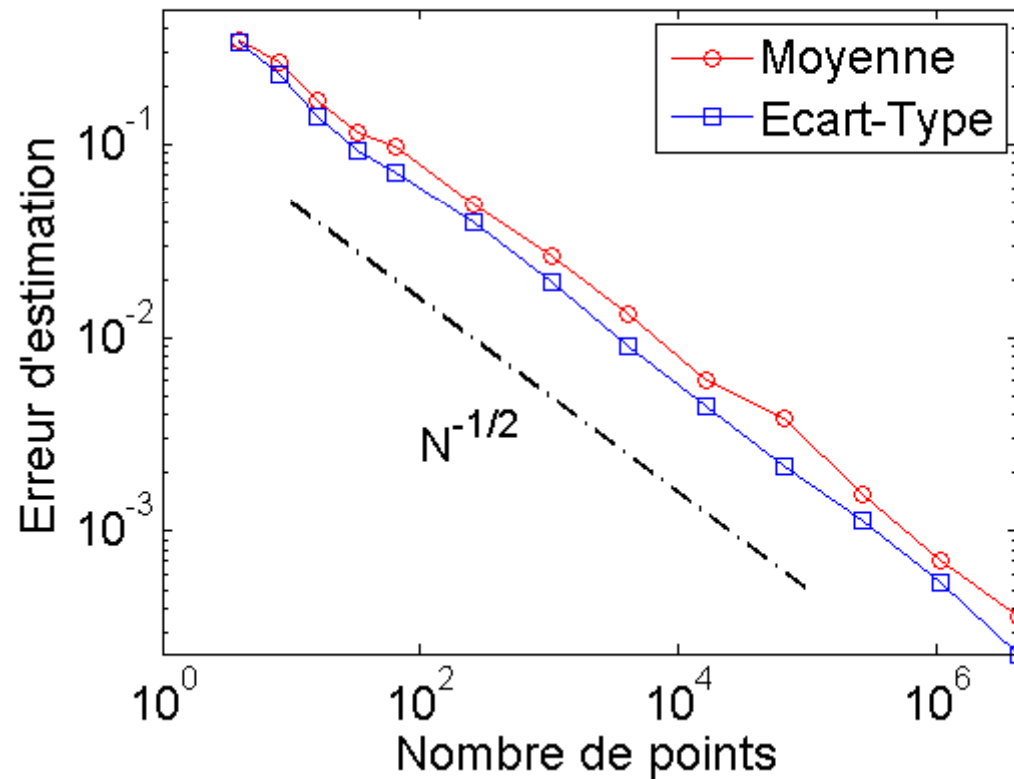
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Convergence vers la moyenne:

Convergence et nombre de points utilisés

Attention à l'indépendance!

Convergence vers la moyenne et l'écart-type



Distribution gaussiennes

Echantillons indépendants
et décorrelés

Corrélations

$$R_x(\tau) = \overline{x(t)x(t + \tau)}$$

$$R_f(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)f(t - \tau)dt$$

Auto-corrélation

$$R_{xy}(\tau) = \overline{x(t)y(t + \tau)}$$

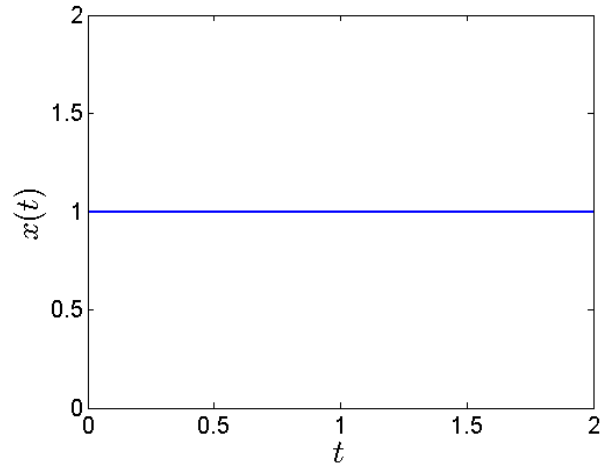
$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t - \tau)dt$$

Cross-corrélation

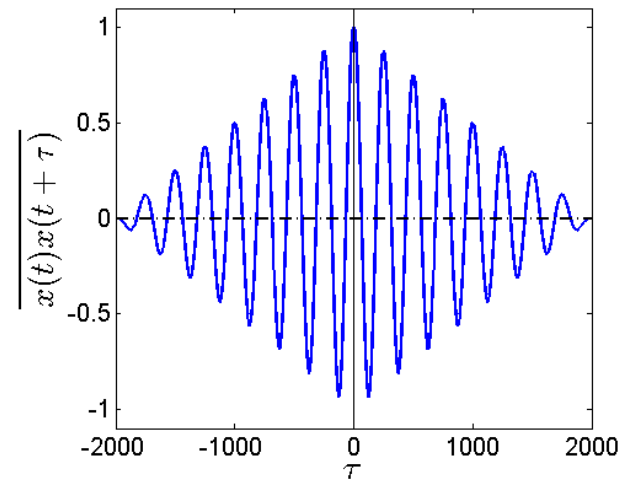
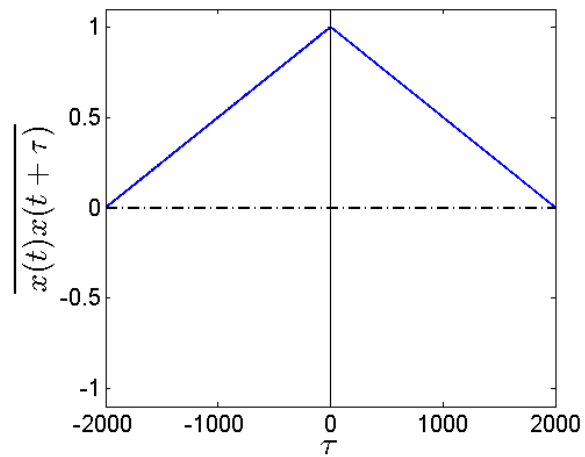
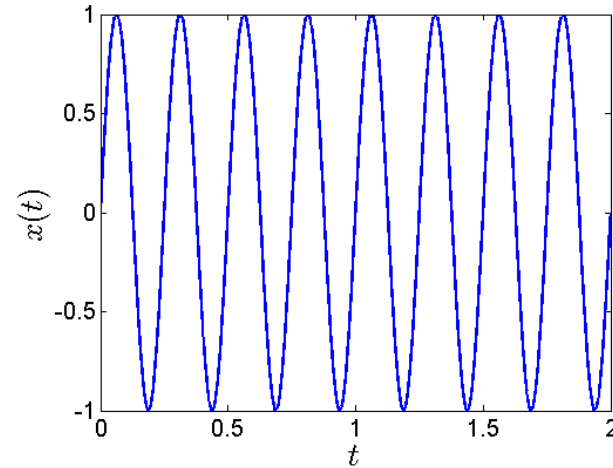
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Corrélations

Constante



Sinusoïde

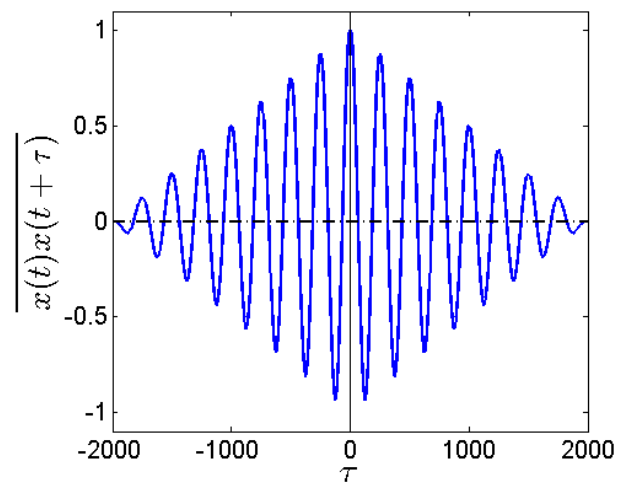
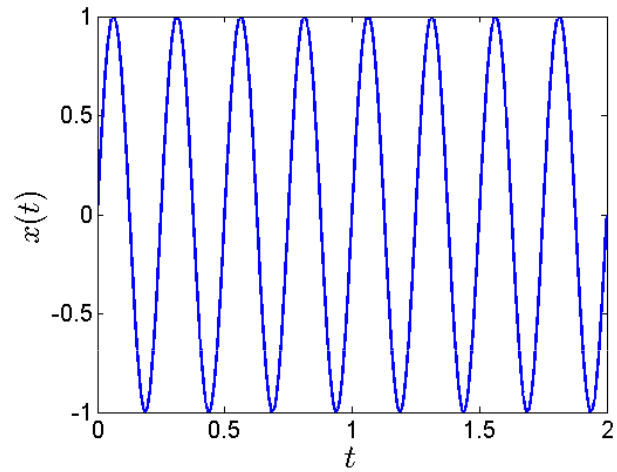


⇒ Pensez à soustraire les valeurs moyennes

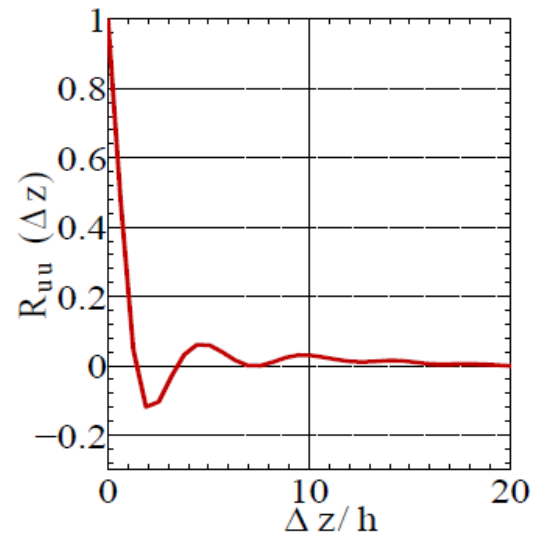
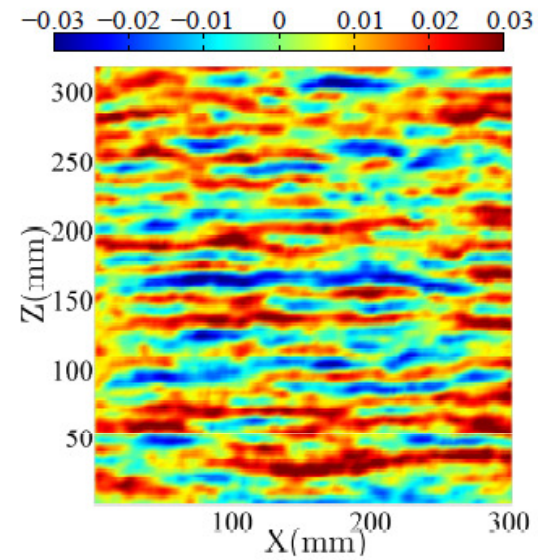
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Corrélations

Sinusoïde



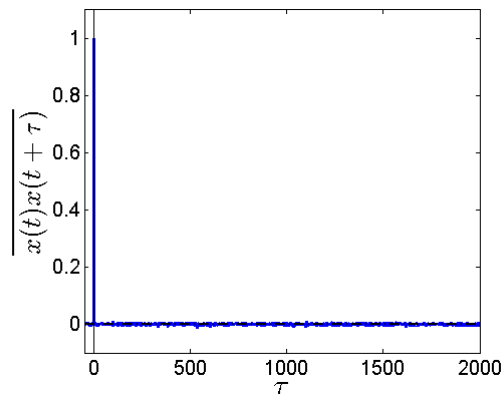
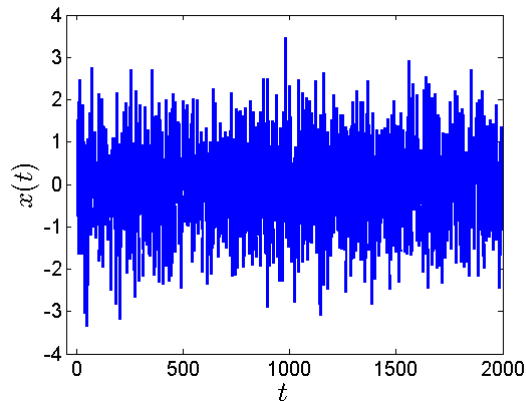
Vitesse dans Couette plan



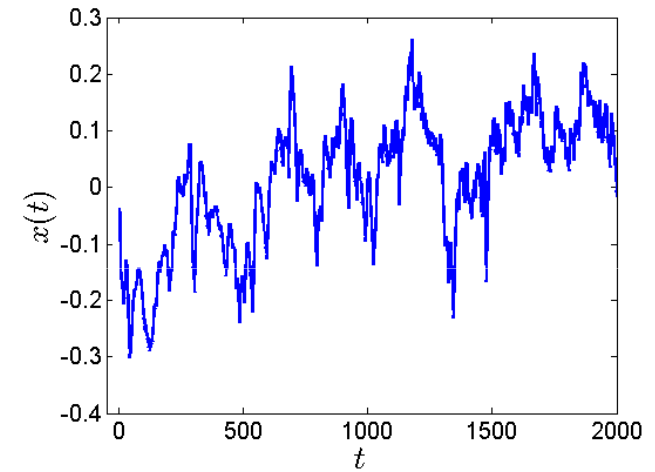
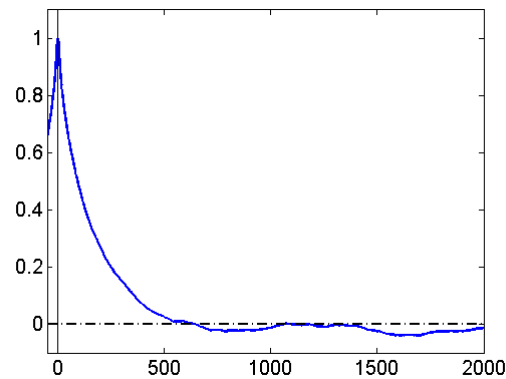
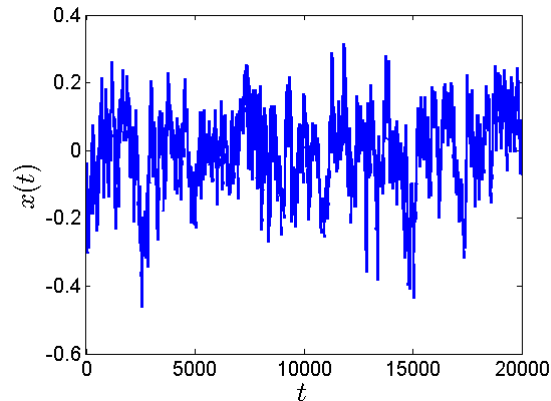
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Corrélations

Bruit Blanc Gaussien



Jet Turbulent



⇒ Attention pour les estimations statistiques!

Traitement du signal: Chaîne de traitement

Densité de probabilité

Probabilité cumulée:

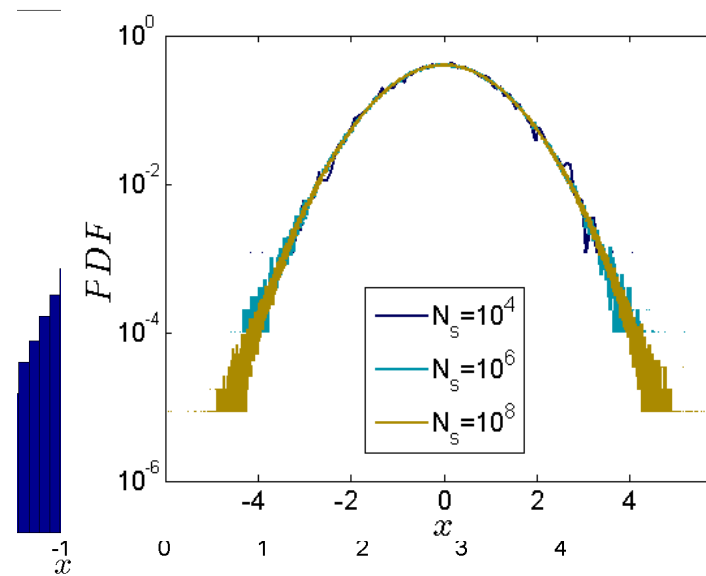
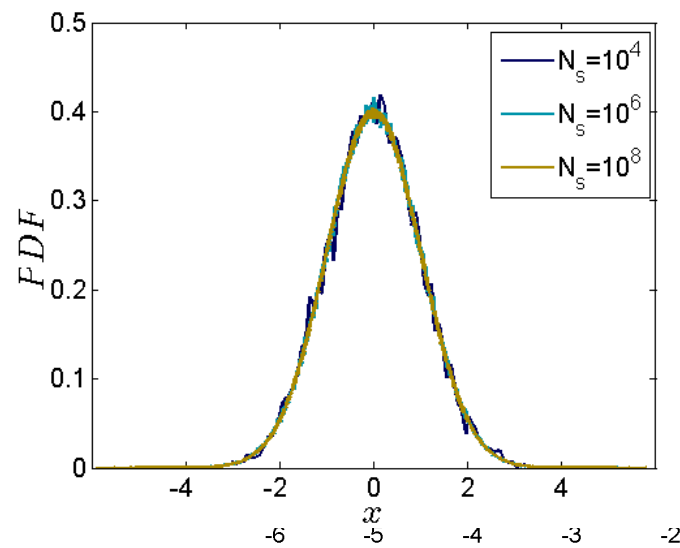
$$\mathcal{F}(x) = P(X < x)$$

Fonction densité de probabilité:

$$f(x) = \frac{d\mathcal{F}}{dx}$$

En pratique:

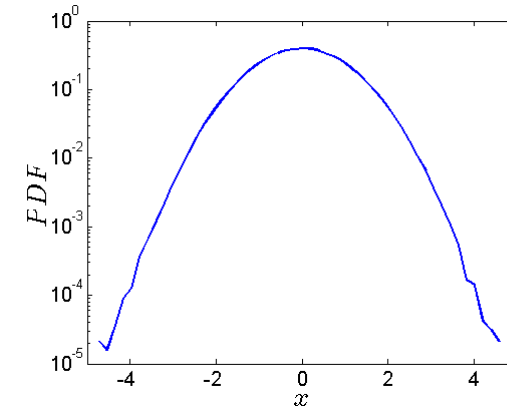
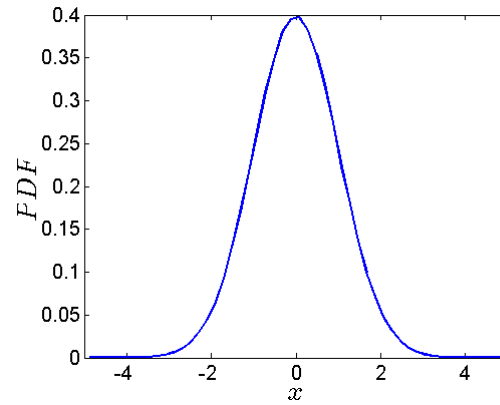
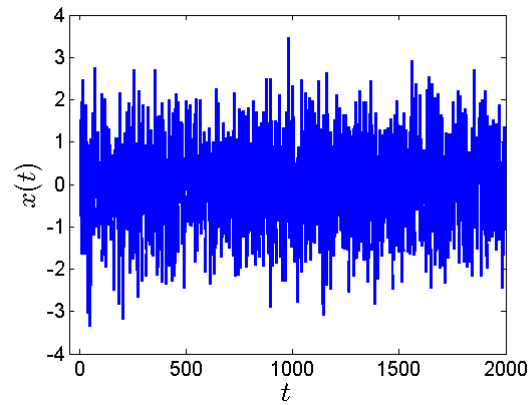
- calcul d'histogramme
- normalisation de l'histogramme



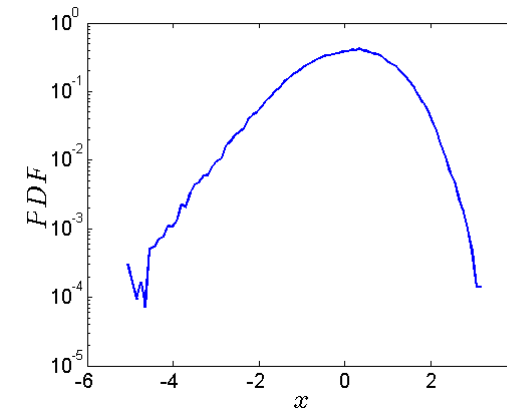
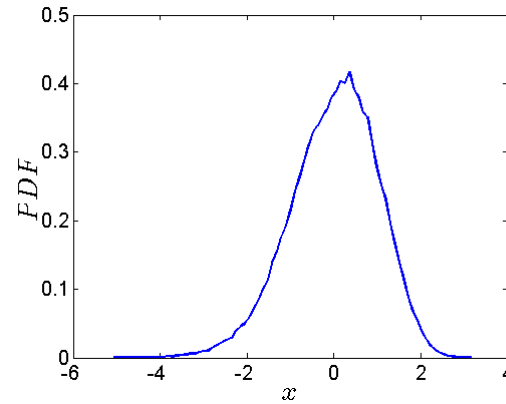
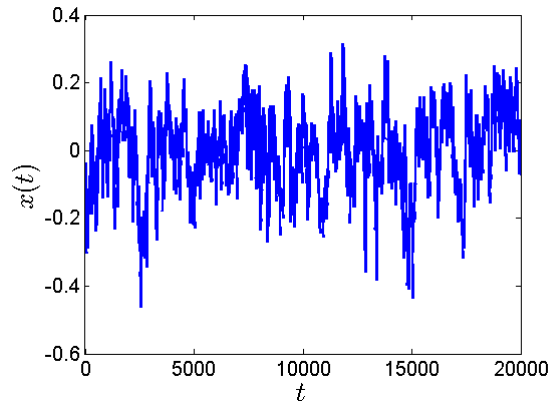
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Densité de probabilité

Bruit Blanc Gaussien



Jet Turbulent



Traitement du signal: Chaîne de traitement

Spectre de puissance (définitions)

Transformée de Fourier (signaux continus)

$$X(f) = \langle x, e^{2\pi jft} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-2\pi jf\tau} d\tau$$
$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{2\pi jf\tau} df$$

Transformée de Fourier (signaux discrets)

$$X(\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-2j\pi\lambda n}, \quad \lambda \in [-0.5, 0.5]$$
$$x[n] = \int_{-0.5}^{0.5} X(\lambda) e^{2j\pi\lambda n} d\lambda$$

Traitement du signal: Chaîne de traitement

Spectre de puissance (définitions)

Energie vs. puissance

$$P(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt. \quad (\text{signaux infinis})$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt. \quad (\text{signaux finis})$$

Théorème de Parseval

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

⇒ **L'énergie peut être mesurée dans le domaine spectral ou le domaine physique**

Traitement du signal: Chaîne de traitement

Spectre de puissance (calcul pratique)

Périodogramme moyen:

$$\text{PSD}_x(f) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} |X_i(f)|^2$$

with $X_i(f) = FFT[f(n)x(n + iP)]$



Il faut définir:

- le nombre de segments
- la longueur des segments
- le type de fenêtrage

Corrélogramme:

$$\text{PSD}_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(t) dt$$

Formule de Wiener-Khintchine



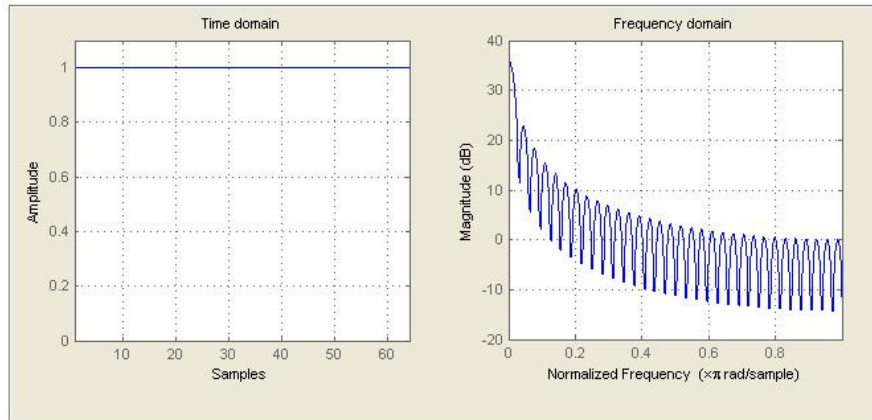
Il faut:

- calculer l'autocorrélation
- réaliser une transformée de Fourier

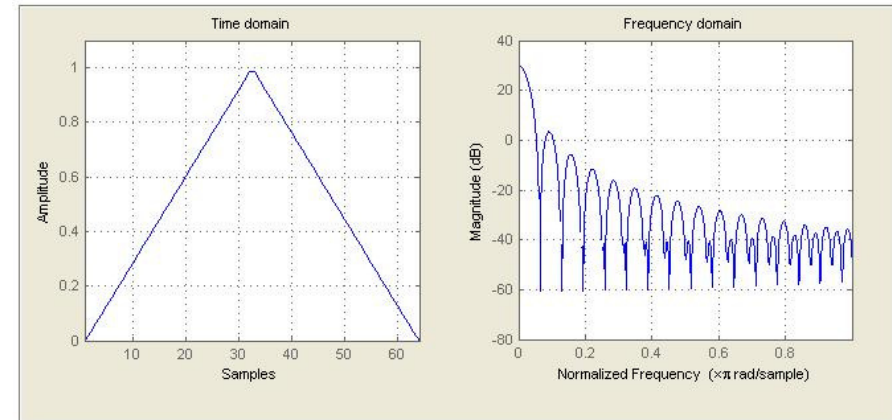
Traitement du signal: Chaîne de traitement

Spectre de puissance (fenêtres)

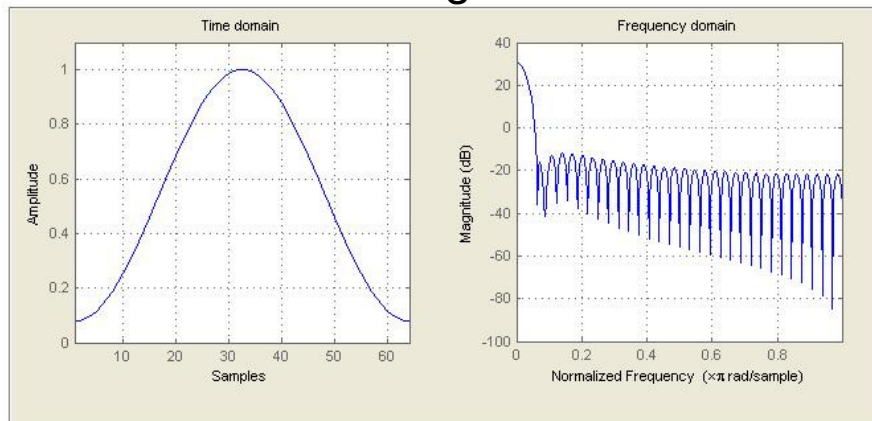
Fenêtre rectangulaire



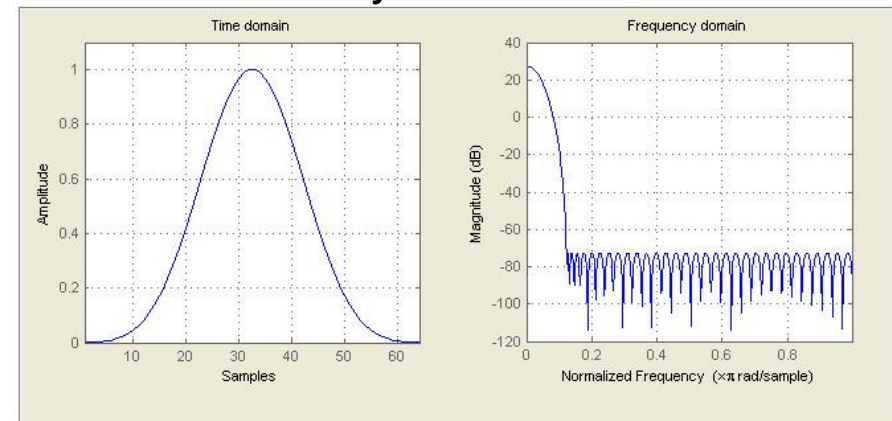
Fenêtre de Bartlet



Fenêtre de Hamming



Fenêtre de Chebyshev



⇒ Pas de choix idéal
Décision au cas par cas