

TD réseau de neurones

Gaston LENCZNER, Javiera CASTILLO NAVARRO,
Guillaume VAUDAUX RUTH, Adrien CHAN-HON-TONG

Notation $\text{relu}(x) = \max(x, 0) = [x]_+$.

Q1 On considère la fonction $f(x) = f((x_1 \ x_2)^T) = x_2 - \text{relu}(x_1 - x_2)$

Q1.1 : déterminez les zones où f est positive vs négative.

Q1.2 : écrivez cette fonction comme un MLP.

aide : $x = \text{relu}(x) - \text{relu}(-x)$ et si $x = (x_1 \ x_2)^T$ alors $x_1 = (1 \ 0)x$

Q2 même questions avec $g((x_1 \ x_2)^T) = x_2 + \text{relu}(x_1 - x_2)$ et $h((x_1 \ x_2)^T) = x_1 + \text{relu}(x_2 - x_1)$, que remarquez vous ?

Q3 : chercher w_1, w_2, w_3, b tel que le réseau 1D $h(x, w) = w_1[x]_+ + w_2[x - 1]_+ + w_3[x - 2]_+ + b$ vérifie

- $h(0, w) > 0$ (par exemple 1)
- $h(1, w) < 0$ (par exemple -1)
- $h(2, w) > 0$ (par exemple 1)
- $h(3, w) < 0$ (par exemple -1)

Q4 : Considérons la base de données $((0 \ 2)^T, 1), ((0 \ -2)^T, 1), ((2 \ 0)^T, 1), ((-2 \ 0)^T, 1), ((0 \ 0)^T, -1)$, ainsi que les 2 réseaux

- $\psi(x) = [(0 \ 1)x]_+ + [(0 \ -1)x]_+ + [(1 \ 0)x]_+ + [(-1 \ 0).x]_+ - 1$
- $\phi(x) = 2\text{relu}((-1 \ 1)x - 1) + 2\text{relu}((1 \ -1)x - 1) - 1$

Q4.1 : Dessiner la base et donner la frontière de décision que vous considérez comme *naturelle* au vu de cette base de données.

Q4.2 : Montrez que les 2 réseaux apprennent la base par coeur.

Q4.3 : Donnez la structure de chaque réseau.

Q4.4 : Dessinez les zones positives et négatives.