UCP : *Unit Commitment Problem*

Relaxation lagrangienne
et filtrage par coûts réduits
appliqués à la production d'électricité

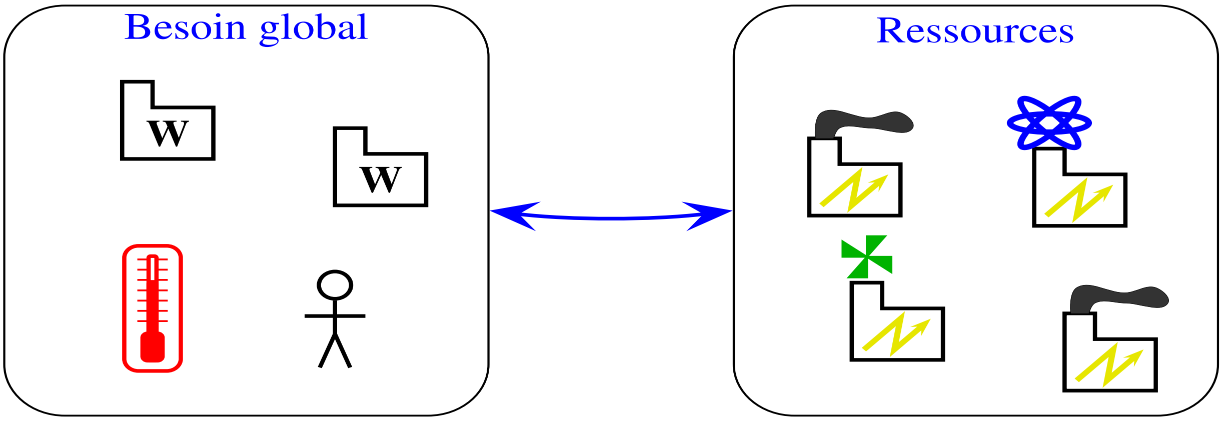
- BENOIST Thierry BOUYGUES/eLAB
- **DIAMANTINI Maurice** ENSTA/LMA
- ROTTEMBOURG Benoît BOUYGUES/eLAB

Démarche

UCP : Relaxation Lagrangienne et filtrage par coûts réduits

- Présentation du problème (UCP, problème jouet)
- Demande et Réserve énergétique
- Les unités génératrices
- Formalisation du problème et modèle adopté
- Résolution pratique du problème perturbé
- Les coûts réduits : définition, exploitation
- Heuristique basée sur les coûts réduits et renforcée par la PPC
- Résultats, conclusions et perspectives

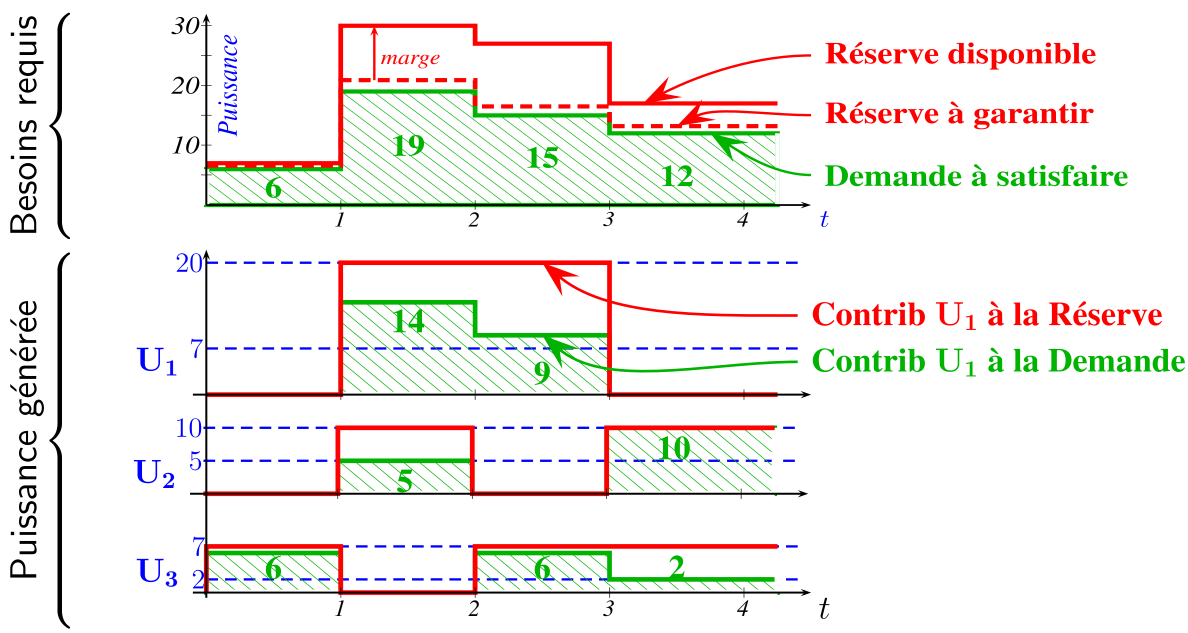
Problématique simplifiée



Clients (industriels/particuliers) ⟶ Parcs de (100) générateurs
Demande prévisionnelle (24h) ⟹ Puissance fournie
Incertitude ⟹ Réserve à satisfaire

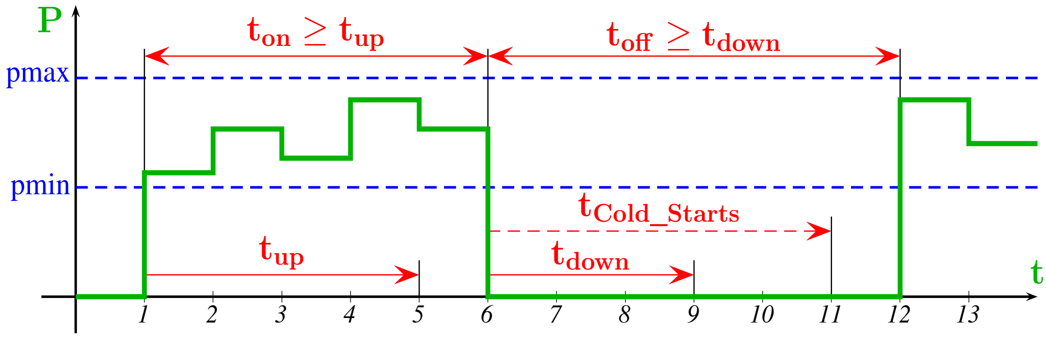
Arnaud Renaud *Daily Generation Management at Electricité de France* IEEE TAC V-38-7 july 1993

Besoins et ressources

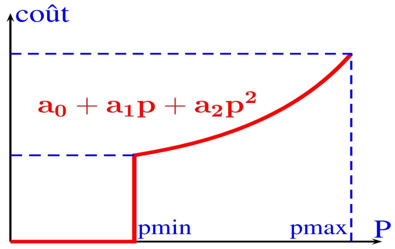


Les unités génératrices

Aspect technique (dynamique)



Aspect économique



+

$t_{off} < t_{cs} \Rightarrow$ à chaud
$t_{off} \geq t_{cs} \Rightarrow$ à froid

Fonctionnement Démarrage

Formalisation classique du problème

Minimiser :

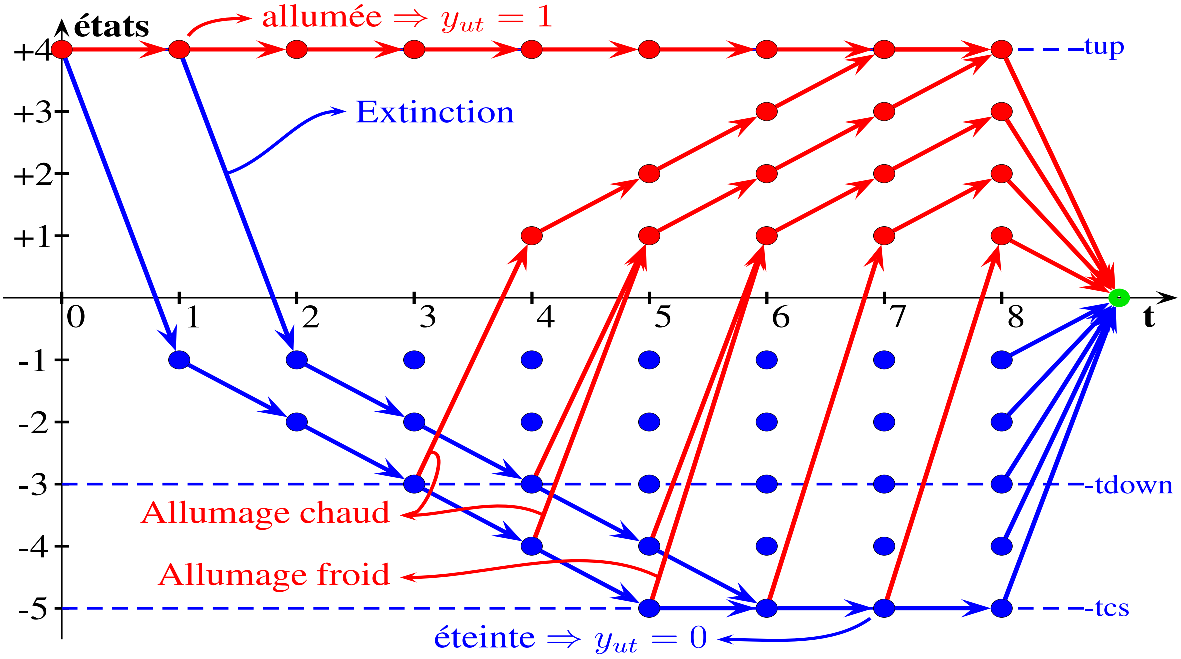
$$\boxed{co\hat{u}t(p_{ut}, y_{ut}) = \sum_u \sum_t (cf_u(p_{ut}) + cs_u(t, y_u))}$$

avec : $\begin{cases} p_{ut} \in \mathbf{R}^+ \\ y_{ut} \in \{0,1\} \end{cases}$

Sous les contraintes :

- **Demande** à satisfaire : $\forall \mathbf{t}$ $\sum_\mathbf{u} \mathbf{p_{ut}} = \mathbf{d(t)}$
- **Réserve** à garantir : $\forall \mathbf{t}$ $\sum_\mathbf{u} \mathbf{y_{ut}}\, pmax_\mathbf{u} \geq dmax(\mathbf{t})$
- Puissance unitaire bornée : $\forall u\ \forall t$ $p_{ut} \in [y_{ut} pmin_u, y_{ut} pmax_u]$
- Durée mini d'arrêt : $\forall u$ $t_{\mathrm{off}_u} \geq tdown_u$
- Durée mini de fonctionnement : $\forall u$ $t_{\mathrm{on}_u} \geq tup_u$

Comportement dynamique d'une unité



Modèle adopté

Principe

Seules les contraintes **Demande** et **Réserve** couplent les unités entre elles :

– on les relache **lagrangiennement**,

– on résoud le problème relaché par **Programmation Dynamique**,

Fonction de Lagrange

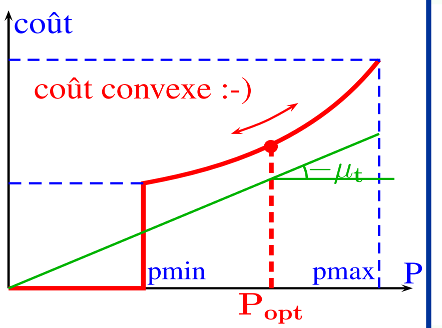
$$\begin{aligned} L(p_{ut}, y_{ut}, \mu_t, \lambda_t) &= co\hat{u}t(p_{ut}, y_{ut}) \\ &+ \sum_t \mu_t \Big(\sum_u p_{ut} - d_t \Big) \\ &+ \sum_t \lambda_t \Big(dmax_t - \sum_u y_{ut}\, pmax_u \Big) \end{aligned}$$

Résolution pratique du problème perturbé

Coût unitaire à minimiser à chaque itération

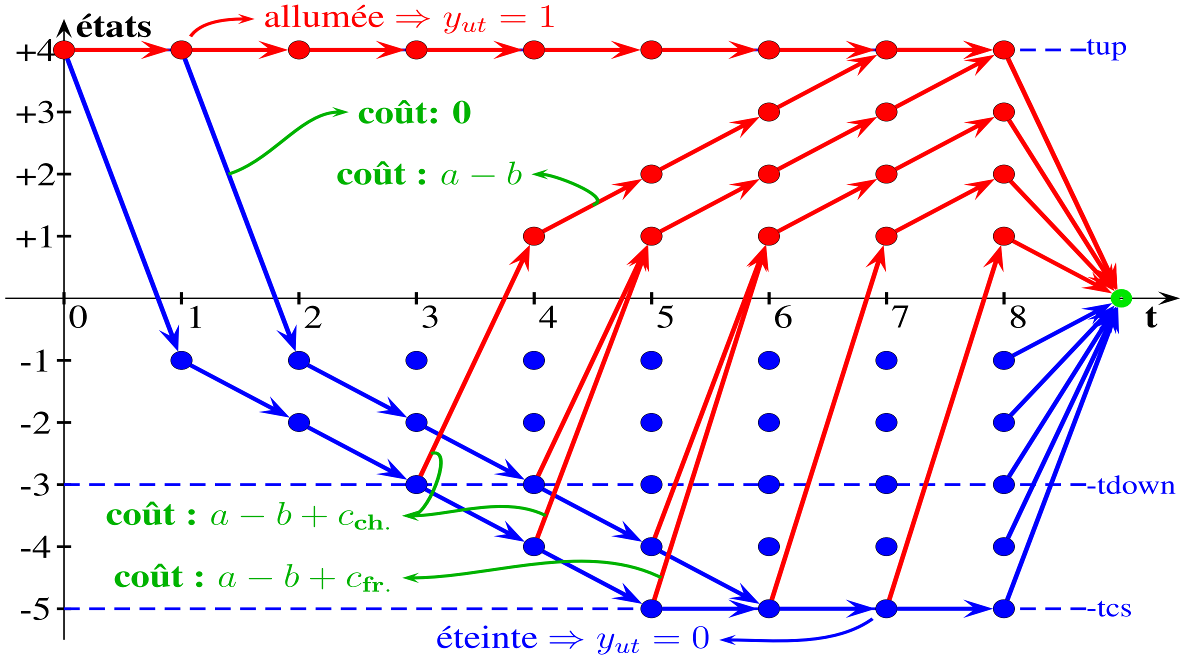
$$c(p_{ut}, y_u) = \sum_t \Big[\underbrace{y_{ut}(cf_u(p_{ut}) + \mu_t\, p_{ut})}_{(a)} - \underbrace{\lambda_t\, y_{ut} pmax_u}_{(b)} + \underbrace{cs(t, y_u)}_{(c)} \Big]$$

(a, b) Par précalcul des productions optimales
de chaque unité allumée en fonction :
- de ses caractéristiques intrinsèques,
- d'une pénalisation linéaire (μ_t)
  $\rightarrow$ coordination par les prix.



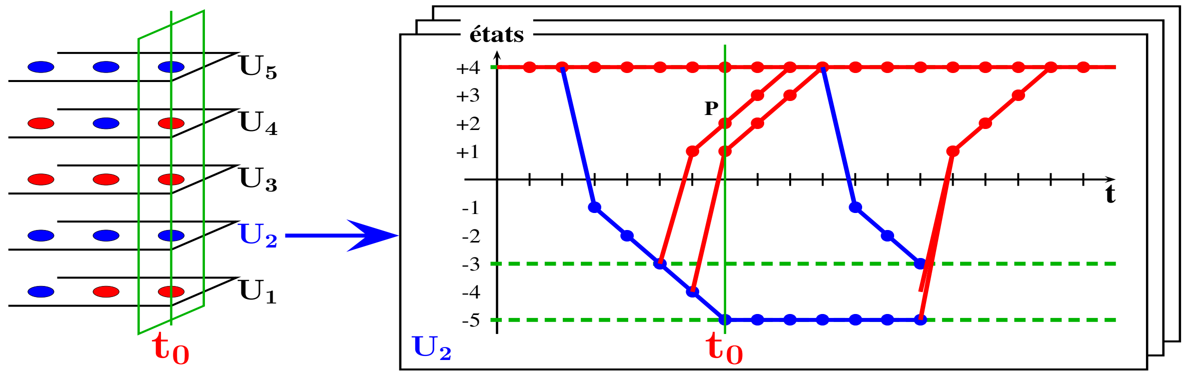
(c) Par Programmation Dynamique
on résoud le plus court chemin sur les graphes d'états, dont le poids des arcs est précalculé pour λ_t et μ_t donnés.

Graphe pondéré par les coûts



Coûts réduits : définition

Hypothèse :
à t_0, il manque une réserve de : $P_{viol} = dmax(t_0) - \sum_{u \in \{ONs(t)\}} pmax_u$



Définition du coût réduit $rcost_{u_2}(t)$:

c'est le coût mini à payer pour forcer l'allumage de u_2 à la date t_0

$\Rightarrow$ au prix de $rcost_u(t)$, on diminue le viol P_{viol} de $pmax_u$.

Coûts réduits : exploitation duale

Pour chaque date, on cherche le coût réduit minimum $rcost(t)$ permettant d'absorber entièrement le viol de la réserve

$\Rightarrow$ problème de sac à dos (on veut une borne inf. $\Rightarrow$ fractionnaire suffisant)

On obtient la Borne Duale Additive : $\boxed{\mathbf{adb}(\mu_t, \lambda_t) = \max_t(rcost(t))}$

Propriété :

$$\boxed{\omega(\mu_t, \lambda_t) + \mathbf{adb}(\mu_t, \lambda_t) \quad \leq \quad co\hat{u}t^*(p_{ut}, y_{ut})}$$

$$\text{avec :} \begin{cases} \omega(\mu_t, \lambda_t) = L(p_{ut}, y_{ut}, \mu_t, \lambda_t) \;\; : & \text{Fonction Duale de Lagrange} \\ \mathbf{adb}(\mu_t, \lambda_t) \;\; : & \text{Borne Duale Additive} \end{cases}$$

Primalisation : difficile ?

- les bornes issues du dual sont réputées d'excellente qualité (0.7% sans affinage) ;
- la borne additive réduit le *gap* (faiblement : de 1%) ;
- mais notre solution duale reste inexploitable de point de vue opérationnel ;
- pourtant, nous obtenons des solutions localement valides pour chaque unité ;

Nous voulons **exploiter ces fractions de solutions** avec les **coûts réduits** dans un **Branch and Bound** partiel.

(L'expérience existe au eLAB)

Branch and Bound

À chaque noeud :

1. **trouver la date** *critique* (avec viol et $rcost(t)$ maxi)
2. **choisir l'unité** éteinte de *rentabilité* maximale (i.e maximisant le rapport $pmax_u/rcost_u(t)$)
   $\Rightarrow$ on en force l'allumage.
3. si plus d'unité disponible à allumer : pas de solution pour cette branche
   $\Rightarrow$ **backtrack**

À chaque fixation de variable, on relance une relaxation pour permettre la modification lagrangienne des variables non fixées.

L'ordre du choix des variables du Branch and Bound est donc guidé dynamiquement par la relaxation

Utilisation de la PPC

– filtrage par les coûts réduits

  On tire les conséquences du forçage d'une unité à une date donnée (forcer une unité l'empèche de choisir son plus court chemin optimal)

  Si *coût réduits* > *gap* ⇒ solution impossible avec ces hypothèses.

– propagation des forçages sur les graphes d'états (on peut forcer d'autres variables compte tenu des contraintes dynamiques)

– introduction de variables auxiliaires (nouvelle contraintes , e.g. : il faut au moins 3 unités allumées à la date t_5)

– exploration sélective de l'arbre en s'éloignant peu des choix proposés par la relaxation lagrangienne (Limited Discrepency Search)

Conclusions et perspectives

Conclusions sur la borne additive

– progrès dans le dual,
– amélioration de la vitesse de convergence,
– principe général.

Perspectives

– recherche gloutonne de mauvaise qualité (10%),
– couplage avec la PPC,
– chercher de nouvelles contraintes redondantes grâce aux coûts réduits,
– intégrer des contraintes "client", actuellement traitées séparément (maintenance, sureté de service, ...).