

# Propagation d'ondes dans un canal

Sujet proposé par Lucas Chesnel

Lucas.Chesnel@inria.fr<sup>1</sup>

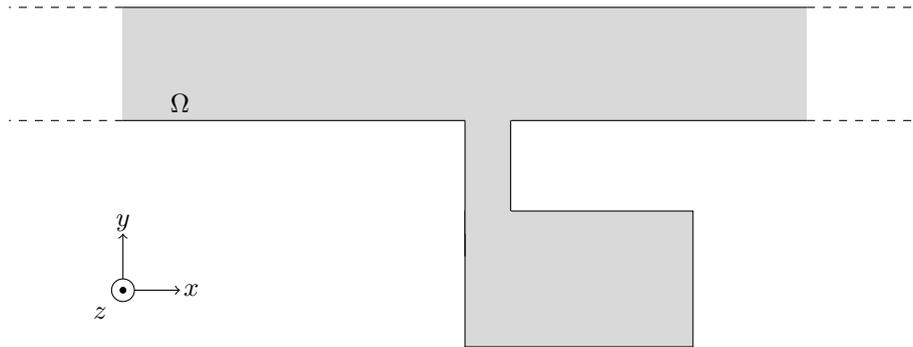


FIGURE 1 – Le canal et son port (vue aérienne).

Dans ce projet, nous nous intéressons à la propagation d'ondes dans un canal  $\Omega \times ]-d; 0[$  de profondeur (en  $z$ ) constante  $d > 0$  en régime harmonique en temps. Ici  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  représente la section horizontale du canal. Nous supposons que  $\Omega$  est connexe et coïncide avec le guide de référence  $\Omega_0 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times ]0; 1[ \}$  pour  $|x| \geq L$ , où  $L > 0$  est fixé une fois pour toutes (voir Figure 1). Pour un écoulement potentiel et incompressible, nous sommes conduits à étudier l'équation

$$\Delta \Phi = 0 \quad \text{dans} \quad \Omega \times ]-d; 0[$$

où  $\Phi$  désigne le potentiel de vitesses tel que  $\vec{v} = \nabla \Phi$ . Sur la surface libre  $\Gamma_0 = \Omega \times \{0\}$ , nous imposons la condition cinématique  $\partial_z \Phi = (\omega^2/g)\Phi$  où  $g$  désigne l'accélération de la gravité et où  $\omega$  correspond à la pulsation de l'excitation harmonique. Sur  $\partial\Omega \times ]-d; 0[$  et sur le fond du canal, nous imposons la condition de mur rigide (Neumann homogène). En cherchant des solutions  $\Phi$  sous la forme  $\Phi(x, y, z) = u(x, y) \cosh(\eta(z + d))$ , on trouve que  $\eta > 0$  doit satisfaire  $\eta \tanh(\eta d) = \omega^2/g$  tandis que  $u$  doit vérifier

$$\begin{cases} \Delta u + \eta^2 u = 0 & \text{dans } \Omega \\ \partial_n u = 0 & \text{sur } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

où  $n$  désigne la normale unité à  $\partial\Omega$  orientée vers l'extérieur de  $\Omega$ . Dans la suite, nous concentrons nos efforts sur l'analyse du problème (1).

## 1 Problème de diffraction d'ondes

**Question 1.** Pour  $f \in L^2(\Omega)$ , donner la formulation variationnelle associée au problème

$$\begin{cases} \Delta u + \eta^2 u = f & \text{dans } \Omega \\ \partial_n u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases} \quad (2)$$

dans  $H^1(\Omega)$ . On l'écrira sous la forme

$$\begin{cases} \text{Trouver } u \in H^1(\Omega) \text{ telle que} \\ a(u, v) = \ell(v), \quad \forall v \in H^1(\Omega), \end{cases} \quad (3)$$

---

1. N'hésitez pas à me contacter si vous avez des questions.

et l'on précisera les expressions de  $a(\cdot, \cdot)$ ,  $\ell(\cdot)$ .

Nous allons voir que des ondes peuvent se propager dans le guide, dont nous allons étudier la diffraction par la perturbation de la géométrie par rapport au canal de référence  $\Omega_0$ . Commençons par identifier ces ondes que nous définissons comme les solutions à variables séparées du problème (1) dans  $\Omega_0$ .

**Question 2.** Supposons  $\eta \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Montrer qu'à un facteur multiplicatif près, les solutions de (1) dans  $\Omega_0$  de la forme  $v(x, y) = \alpha(x)\varphi(y)$  (à variables séparées) sont égales à

$$v_n^\pm(x, y) = \begin{cases} e^{\pm i\sqrt{\eta^2 - (n\pi)^2}x} \cos(n\pi y) & \text{pour } n \in \mathbb{N}, n < \eta/\pi \\ e^{\mp \sqrt{(n\pi)^2 - \eta^2}x} \cos(n\pi y) & \text{pour } n \in \mathbb{N}, n > \eta/\pi. \end{cases}$$

Dans la suite nous imposons  $\eta \in (0; \pi)$  de sorte que seules les ondes  $v^\pm(x, y) := e^{\pm i\eta x}$ , peuvent se propager, les autres étant exponentiellement croissantes ou décroissantes à l'infini.

**Question 3.** La forme  $a(\cdot, \cdot)$  apparaissant en (3) est-elle coercive pour  $\eta \in (0; \pi)$ ? Justifier. (*Indice* : on pourra travailler notamment avec des fonctions "plateau"  $\zeta_d \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$  telles que  $\zeta_d(x) = 1$  pour  $|x| \leq d$  et  $\zeta_d(x) = 0$  pour  $|x| \geq d + 1$ .)

Lorsque des ondes propagatives existent, il est nécessaire de compléter le système (1) avec des conditions de radiation pour espérer obtenir un problème bien posé (existence et unicité de la solution). Nous dirons qu'une solution  $v$  de (1) est *sortante* si elle admet la décomposition

$$v(x, y) = s_0^\pm v^\pm(x, y) + \sum_{n=1}^{+\infty} s_n^\pm e^{-\sqrt{(n\pi)^2 - \eta^2}|x|} \cos(n\pi y) \quad \text{pour } \pm x > L \quad (4)$$

où les  $s_n^\pm$  sont des constantes de  $\mathbb{C}$ . La condition (4) est liée à la physique du problème et assure que le champ se propage *vers* l'infini. Elle peut être vue comme une condition aux limites à l'infini.

Plutôt que de considérer le problème avec terme source (2), nous souhaitons nous intéresser à la diffraction de l'onde incidente  $u_{\text{inc}} = v^+$  se propageant de la gauche vers la droite<sup>2</sup>. Cela nous amène à étudier le problème

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } u \in H_{\text{loc}}^1(\Omega) \text{ telle que} \\ \Delta u + \eta^2 u = 0 \quad \text{dans } \Omega \\ \partial_n u = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega \\ u - u_{\text{inc}} \text{ sortante.} \end{array} \right. \quad (5)$$

Ici  $H_{\text{loc}}^1(\Omega)$  désigne l'espace des fonctions qui appartiennent à  $H^1(D)$  pour tout domaine borné  $D \subset \Omega$ . On peut établir que (5) admet bien une solution  $u$ . Notons qu'on a alors la décomposition

$$u = \begin{cases} v^+ + Rv^- + \tilde{u} & \text{pour } x < -L \\ Tv^+ + \tilde{u} & \text{pour } x > L \end{cases} \quad (6)$$

où  $R = s_0^-$ ,  $T = 1 + s_0^+$  et  $\tilde{u} \in H^1(\Omega)$  est exponentiellement décroissant à l'infini. Usuellement,  $R$ ,  $T$  sont appelés coefficients de réflexion et de transmission.

**Question 4.** En multipliant par  $\bar{u}$  l'équation volumique de (5) et en intégrant par parties sur le domaine  $\Omega_L := \{(x, y) \in \Omega \mid |x| < L\}$ , établir la relation

$$|R|^2 + |T|^2 = 1 \quad (\text{conservation d'énergie}). \quad (7)$$

---

2. Pour comprendre cette phrase, il faut revenir en temps et étudier le comportement de  $(x, y, t) \mapsto e^{i(\eta x - \omega t)}$ .

**Question 5.** Définissons  $\Sigma_{\pm L} = \{\pm L\} \times (0; 1)$ . Montrer que

$$R = \int_{\Sigma_{-L}} (u - u_{\text{inc}}) v^+ dy, \quad T = \int_{\Sigma_{+L}} u v^- dy.$$

Le caractère non borné du domaine  $\Omega$  ne permet pas d'appliquer directement les méthodes éléments finis vues en cours pour calculer une approximation numérique de  $u$ . Dans la suite, nous allons expliquer comment approcher  $u|_{\Omega_L}$ . Pour cela, nous allons résoudre un problème posé sur  $\Omega_L$  pour lequel il nous faut déterminer des conditions aux limites bien choisies sur  $\Sigma_{\pm L}$  pour ne pas générer de réflexions parasites trop dérangeantes.

Pour  $\pm x \geq L$ , on a

$$(u - u_{\text{inc}})(x, y) = s_0^{\pm} v^{\pm}(x, y) + \dots$$

où les  $\dots$  sont des termes exponentiellement décroissants à l'infini. Puisque  $\partial_x v^{\pm} = \pm i\eta v^{\pm}$ , en première approximation, cela nous invite à imposer

$$\partial_n(\hat{u} - u_{\text{inc}}) = \pm \partial_x(\hat{u} - u_{\text{inc}}) = i\eta(\hat{u} - u_{\text{inc}}) \quad \text{sur } \Sigma_{\pm L}. \quad (8)$$

Ici  $n$  désigne le vecteur unitaire à  $\partial\Omega_L$  orienté vers l'extérieur de  $\Omega_L$  et  $\hat{u}$  est une approximation de  $u$ . La condition (8) permet de laisser passer les ondes propagatives. Elle constitue néanmoins une approximation car elle n'est pas vérifiée par les modes évanescents. Finalement, dans nos expériences numériques, nous travaillerons sur le problème

$$\left| \begin{array}{ll} \text{Trouver } \hat{u} \in H^1(\Omega_L) \text{ telle que} & \\ \Delta \hat{u} + \eta^2 \hat{u} = 0 & \text{dans } \Omega_L \\ \partial_n \hat{u} = 0 & \text{sur } \partial\Omega_L \cap \partial\Omega \\ \partial_n \hat{u} - i\eta \hat{u} = \partial_n v^+ - i\eta v^+ & \text{sur } \Sigma_{\pm L}. \end{array} \right. \quad (9)$$

**Question 6.** Donner la formulation variationnelle associée au système (9). On l'écrira sous la forme

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } \hat{u} \in X \text{ telle que} \\ b(\hat{u}, v) = g(v), \quad \forall v \in X, \end{array} \right. \quad (10)$$

et l'on précisera  $X$  ainsi que les expressions de  $b(\cdot, \cdot)$ ,  $g(\cdot)$ .

**Question 7.** En utilisant le théorème de représentation de Riesz, introduisons l'opérateur borné  $B : X \rightarrow X$  tel que  $(B\varphi, \varphi')_{H^1(\Omega_L)} = b(\varphi, \varphi')$  pour tout  $\varphi, \varphi' \in X$ . Montrer que  $B$  se décompose sous la forme  $B = \mathcal{S} + K$ , où  $\mathcal{S} : X \rightarrow X$  est un isomorphisme et  $K : X \rightarrow X$  un opérateur compact. (On pourra s'aider du début de l'annexe ci-dessous.) Les curieux pourront essayer de déduire de cette décomposition que  $B$  a un noyau de dimension finie.

Avec l'alternative de Fredholm, ce résultat permet de prouver que (9) possède une unique solution dès lors que  $B$  est injectif (comme en dimension finie). Par ailleurs, on peut établir que  $B$  est injectif pour tout  $\eta \in (0; \pi) \setminus \mathcal{E}$  où  $\mathcal{E}$  est un ensemble discret sans point d'accumulation. Dorénavant, nous supposons que  $\eta \notin \mathcal{E}$  de sorte que (9) admet une unique solution  $\hat{u}$ . Enfin on peut prouver qu'on a l'estimation  $\|u - \hat{u}\|_{H^1(\Omega_L)} \leq C e^{-cL}$  pour des constantes  $c, C > 0$  indépendantes de  $L > 0$ . Ainsi pour  $L$  assez grand,  $\hat{u}$  constitue une bonne approximation de  $u$ . Définissons les quantités

$$\hat{R} := \int_{\Sigma_{-L}} (\hat{u} - u_{\text{inc}}) v^+ dy, \quad \hat{T} := \int_{\Sigma_{+L}} \hat{u} v^- dy.$$

**Question 8.** Justifier pourquoi  $\hat{R}, \hat{T}$  sont de bonnes approximations des  $R, T$  introduits en (6).

## 2 Construction portuaire

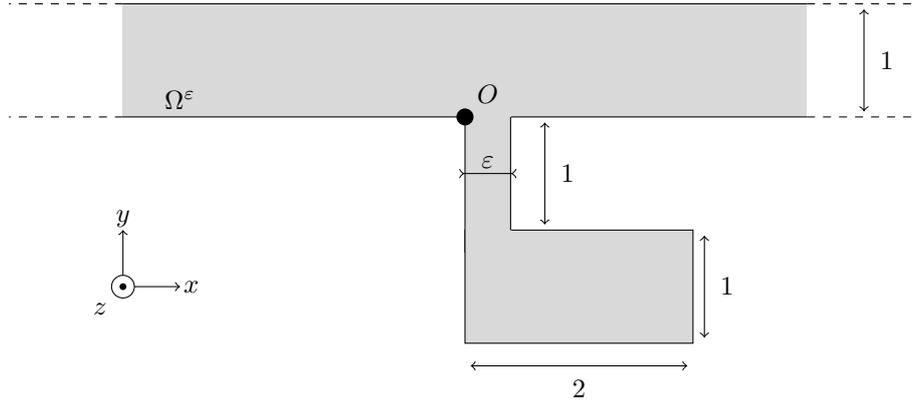


FIGURE 2 – Domaine  $\Omega^\varepsilon$ .

Dans ce paragraphe, nous souhaitons étudier les propriétés de la construction portuaire définie en Figure 2. En particulier, nous souhaitons analyser la dépendance du champ dans la région  $P = ]0; 2[ \times ] - 2; -1[$  (le port) en fonction de la fréquence de travail et de  $\varepsilon$ . Ici  $\varepsilon$ , qui correspond à la largeur du chenal pour accéder au port, est supposé petit devant la longueur d'onde des ondes se propageant dans le canal. Définissons  $\Omega^0 = \mathbb{R} \times ]0; 1[$  et  $R^\varepsilon = ]0; \varepsilon[ \times [-1; 0]$  de sorte que  $\Omega^\varepsilon = \Omega^0 \cup R^\varepsilon \cup P$ . Notons  $u^\varepsilon$  une solution de (5). Commençons par calculer de manière formelle un développement de  $u^\varepsilon$  par rapport à  $\varepsilon$  pour  $\varepsilon$  petit.

★ Dans  $\Omega^0$ , nous considérons le développement

$$u^\varepsilon = u^0 + \dots \quad (11)$$

où les points de suspension correspondent à des termes en  $O(1)$  lorsque  $\varepsilon \rightarrow 0$ . En injectant (11) dans (5), on obtient que  $u^0$  doit être solution du problème

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } u^0 \in H_{\text{loc}}^1(\Omega^0) \text{ tel que} \\ \Delta u^0 + \eta^2 u^0 = 0 \quad \text{dans } \Omega^0 \\ \partial_n u^0 = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega^0 \end{array} \right. \quad (12)$$

avec  $u^0 - u_{\text{inc}} = u^0 - e^{i\eta x}$  sortant.

★ Dans  $P$ , nous considérons le développement

$$u^\varepsilon = v^0 + \dots \quad (13)$$

En injectant (13) dans (5), on obtient que  $v^0$  doit être solution du problème

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } v^0 \in H^1(P) \text{ tel que} \\ \Delta v^0 + \eta^2 v^0 = 0 \quad \text{dans } P \\ \partial_n v^0 = 0 \quad \text{sur } \partial P. \end{array} \right. \quad (14)$$

★ Dans  $R^\varepsilon$ , nous considérons le développement

$$u^\varepsilon = w^0 + \dots \quad (15)$$

En injectant (15) dans (5), on obtient que  $w^0$  est solution du problème 1D

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } w^0 \in H^1(I) \text{ tel que} \\ (w^0)'' + \eta^2 w^0 = 0 \quad \text{dans } I = (-1; 0) \\ w^0(0) = u^0(0, 0) \quad \text{et} \quad w^0(-1) = v^0(0, -1). \end{array} \right. \quad (16)$$

**Question 9.** Pour  $\eta \in ]0; \pi[$ , montrer que le problème (14) admet une unique solution pour  $\eta \neq \eta_p$  où  $\eta_p$  est une fréquence que l'on précisera. Pour ce faire, on admettra que toutes les solutions de (14) sont à variables séparées, i.e. s'écrivent sous la forme  $v^0(x, y) = \alpha(x)\varphi(y)$ . Lorsque  $\eta \neq \eta_p$ , donner les expressions de  $u^0$ ,  $v^0$  et  $w^0$ .

**Question 10.** Écrire un code de calcul `Freefem++` permettant d'approcher la solution du problème de diffraction (10) posé dans  $\Omega^\varepsilon$ . On utilisera la base donnée à la fin de ce document. Calculer numériquement les coefficients  $\hat{R}^\varepsilon$ ,  $\hat{T}^\varepsilon$  (coefficients de réflexion et de transmission pour  $\hat{u}^\varepsilon$ ) et vérifier que la conservation d'énergie (7) est satisfaite avec une bonne approximation. On se placera dans un premier temps à  $\eta \neq \eta_p$  (prendre  $\eta = 0.8\pi$ ). En calculant numériquement  $\hat{u}^\varepsilon$  pour  $\varepsilon = 0.2$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.05$ , retrouvez-vous le développement formel (11)–(13)–(15) ?

**Question 11.** Fixons  $\varepsilon = 0.2$ . Résoudre le problème (10) dans  $\Omega^\varepsilon$  pour  $\eta \in ]\eta_p - 0.4; \eta_p + 0.4[$ . On discrétisera cet intervalle avec, disons, 200 fréquences. Tracer la courbe

$$\eta \mapsto \int_P |\nabla \hat{u}^\varepsilon|^2 dx dy.$$

Comment choisir la forme du port  $P$  en fonction de la fréquence des ondes se propageant dans le canal ?

### 3 À bas la réflexion

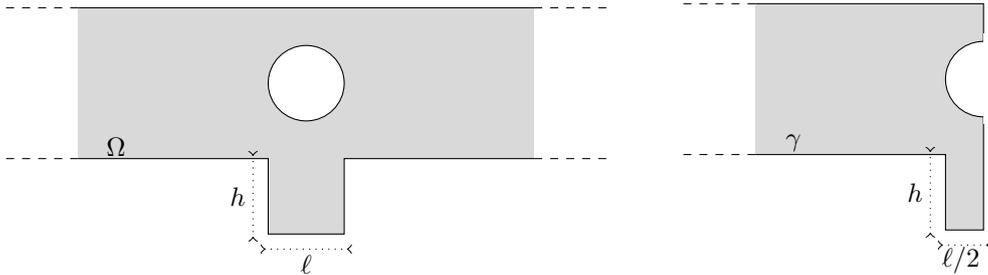


FIGURE 3 – Canal  $\Omega$  symétrique à gauche, demi-canal  $\gamma$  à droite.

Intéressons-nous à présent à un second problème lié à la propagation d'ondes dans les canaux. Considérons la Figure 3 à gauche. Un malheureux pilier de pont gêne la propagation des ondes et produit de désagréables réflexions. Notre objectif dans cette partie est de dimensionner la cavité dessinée sur le bord du canal de façon à annihiler la réflexion, autrement dit, de façon à avoir  $R = 0 \Leftrightarrow |T| = 1$ . On précise que  $R$  et  $T$  sont des fonctions de la géométrie mais que la dépendance n'est en général pas simple à appréhender.

Nous allons étudier des canaux  $\Omega$  symétriques par rapport à l'axe  $(Oy)$ , i.e. tels que  $\Omega = \{(-x, y) \mid (x, y) \in \Omega\}$ . Nous supposons en outre que  $\Omega$  coïncide pour  $y < 0$  avec le domaine  $] -\ell/2; \ell/2[ \times ] -h; 0[$  pour  $\ell > 0$ ,  $h > 0$  donnés (voir Figure 3 à gauche). Nous allons utiliser la symétrie pour décomposer les solutions de (5) en composantes symétrique et antisymétrique par rapport à  $(Oy)$ . Définissons le demi-guide  $\gamma := \{(x, y) \in \Omega \mid x < 0\}$  (voir Figure 3 à droite). Considérons les deux problèmes

$$(\mathcal{P}_N) \left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } v \in H_{\text{loc}}^1(\gamma) \text{ tel que} \\ \Delta v + \eta^2 v = 0 \quad \text{dans } \gamma \\ \partial_n v = 0 \quad \text{sur } \partial\gamma \\ v - u_{\text{inc}} \text{ sortant.} \end{array} \right. \quad (\mathcal{P}_D) \left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } V \in H_{\text{loc}}^1(\gamma) \text{ tel que} \\ \Delta V + \eta^2 V = 0 \quad \text{dans } \gamma \\ \partial_n V = 0 \quad \text{sur } \partial\gamma \cap \partial\Omega \\ V = 0 \quad \text{sur } \partial\gamma \setminus \partial\Omega \\ V - u_{\text{inc}} \text{ sortant.} \end{array} \right. \quad (17)$$

Dans (17), les expressions «  $v - u_{\text{inc}}$  sortant » et «  $V - u_{\text{inc}}$  sortant » signifient respectivement qu'on

a les décompositions

$$\begin{aligned} v - u_{\text{inc}} &= R_N e^{-i\eta x} + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n e^{+\sqrt{(n\pi)^2 - \eta^2} x} \cos(n\pi y) \quad \text{pour } x < -L \\ V - u_{\text{inc}} &= R_D e^{-i\eta x} + \sum_{n=1}^{+\infty} B_n e^{+\sqrt{(n\pi)^2 - \eta^2} x} \cos(n\pi y) \quad \text{pour } x < -L, \end{aligned}$$

où  $R_N, R_D, A_n, B_n$  sont des constantes de  $\mathbb{C}$ . Comme pour (5), on peut prouver que  $(\mathcal{P}_N), (\mathcal{P}_D)$  admettent toujours au moins une solution (existence) et que  $R_N, R_D$  sont définis de façon unique.

**Question 12.** Montrer que  $|R_N| = |R_D| = 1$ .

**Question 13.** Supposons que les problèmes (5),  $(\mathcal{P}_N)$  et  $(\mathcal{P}_D)$  admettent chacun une unique solution. Prouver que  $u = (v + V)/2$  sur  $\gamma$  et  $u(x, y) = (v(-x, y) - V(-x, y))/2$  sur  $\Omega \setminus \bar{\gamma}$ . En déduire

$$R = \frac{R_N + R_D}{2} \quad \text{et} \quad T = \frac{R_N - R_D}{2}. \quad (18)$$

On admettra dans la suite que les relations (18) demeurent vraies lorsque (5),  $(\mathcal{P}_N)$  ou  $(\mathcal{P}_D)$  ne sont pas injectifs.

Les coefficients  $R, T, R_N$  et  $R_D$  dépendent de la géométrie, en particulier de  $\ell$  et  $h$ .

**Question 14.** Supposons  $\ell \in ]0; \pi/k[$  fixé. On peut montrer que les applications  $h \mapsto R_N, h \mapsto R_D$  sont continues de  $]0; +\infty[$  dans  $\mathbb{C}$ . Par ailleurs, en effectuant un développement asymptotique de ces quantités par rapport à  $h \rightarrow +\infty$ , on peut établir qu'il existe  $R_D^\infty \in \mathbb{S} := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  tel que  $\lim_{h \rightarrow +\infty} R_D = R_D^\infty$ . On peut prouver également qu'il existe une fonction  $R_N^\infty : ]0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{S}$  de classe  $\mathcal{C}^\infty$ ,  $\pi/k$  périodique surjective avec  $dR_N^\infty/dh \neq 0$  pour tout  $h > 0$  et telle que  $\lim_{h \rightarrow +\infty} |R_N - R_N^\infty(h)| = 0$ . Utiliser ces résultats pour démontrer qu'il existe des valeurs de  $h$  pour lesquelles  $R = 0$ . Remarque : l'écriture d'une preuve parfaitement rigoureuse est délicate, on se contentera d'expliquer le mécanisme.

**Question 15.** Écrire un code de calcul `Freefem++` permettant d'approcher la solution du problème de diffraction (10). Calculer les valeurs de  $\hat{R}$  pour  $h \in [0.5; 10]$  et identifier des géométries pour lesquelles  $\hat{R} = 0$ . On pourra utiliser la portion de code fournie permettant d'écrire dans un fichier et tracer par exemple avec `Python` la courbe  $h \mapsto -\ln |\hat{R}(h)|$ . Représenter également les courbes  $h \mapsto \hat{R}(h)$  et  $h \mapsto \hat{T}(h)$  dans le plan complexe. Commenter les résultats. On essaiera d'abord avec  $\eta = 0.8\pi$  et  $\ell = 1$ , puis avec  $\eta = 0.8\pi$  et  $\ell = 2 > \pi/k$ .

## 4 Annexe

### 4.1 Compléments pour la question 7

i) Le théorème de Lax-Milgram pour une forme sesquilinéaire  $c(\cdot, \cdot)$  sur un espace de Hilbert  $X$  est encore valable si l'on suppose seulement que  $\Re c(\cdot, \cdot)$  est coercive sur  $X \times X$ , autrement dit, s'il l'on suppose qu'il existe  $\alpha > 0$  telle que

$$\Re c(u, u) \geq \alpha \|u\|_X^2, \quad \forall u \in X.$$

On pourra vérifier que si  $c(\cdot, \cdot)$  est une forme sesquilinéaire coercive (au sens ci-dessus) continue sur  $X \times X$ , alors l'opérateur  $C : X \rightarrow X$  tel que

$$(C\varphi, \varphi')_X = c(\varphi, \varphi'), \quad \forall \varphi, \varphi' \in X,$$

est un isomorphisme, autrement dit un opérateur linéaire continu bijectif d'inverse continu.

ii) On dit qu'un opérateur linéaire  $K : X \rightarrow X$  est compact si de toute suite  $(u_n)$  bornée dans  $X$ , on peut extraire une sous-suite  $(v_n)$  telle que  $(Kv_n)$  converge dans  $X$ .

iii) De toute suite  $(u_n)$  bornée dans  $H^1(\Omega_L)$ , on peut extraire une sous-suite, toujours notée  $(u_n)$ , telle que  $(u_n|_{\partial\Omega_L})$  converge dans  $L^2(\partial\Omega_L)$ .

## 4.2 Compléments pour la question 10

Le code ci-dessous, à compléter et à adapter, permet de résoudre le problème de diffraction (10).

```

real L=4;          //parametres de la geometrie MODIFIER ICI
real ell=1;
real h=1;
int m=20; //parametre de finesse du maillage
border a(t=-L,-ell/2)x =t; y = 0; label = 1;
border b(t=0,h)x =-ell/2; y = -t; label = 1;
border c(t=-ell/2,ell/2)x =t; y = -h; label = 1;
border d(t=0,h)x =ell/2; y = -h+t; label = 1;
border e(t=ell/2,L)x =t; y = 0; label = 1;
border f(t=0,1)x =L; y = t; label = 2; //reference 2 sur le bord droit
border g(t=-L,L)x =-t; y = 1; label = 1;
border i(t=0,1)x =-L; y = 1-t; label = 3; //reference 3 sur le bord gauche
border Cercle(t=0,2*pi) x=0.3*cos(t); y=0.5+0.3*sin(t); label = 1;
mesh Th=buildmesh(a(int((L-ell/2)*m))+b(int(h*m))+c(int(ell*m))+d(int(h*m))
                  +e(int((L-ell/2)*m))+f(m)+g(2*L*m)+i(m)+Cercle(-int(50)));
plot(Th,wait=1,cmm="Appuyer sur Enter pour poursuivre");
fespace Vh(Th,P2); // espace elements finis
real eta=0.8*pi; // frequence de travail
func uifonc=exp(1i*eta*x);

/*****
On passe à la formulation variationnelle
*****/
Vh<complex> u,v,ui=uifonc;
matrix<complex> A;
complex[int] G(Vh.ndof);
varf aForme(u,v) = int2d(Th)(dx(u)*dx(v)+dy(u)*dy(v)+10*u*v); //MODIFIER ICI
varf gForme(u,v) = int2d(Th)(uifonc*v); //MODIFIER ICI
A= aForme(Vh,Vh);
set(A,solver=UMFPACK);
G= gForme(0,Vh);
u[]=A^-1*G;
Vh uReel=real(u);
plot(uReel,fill=1,dim=2,nbiso=40,value=1,wait=1,cmm="Re u");

/*****
Portion de code pour ecrire dans un fichier
*****/
real [int] MesValeurs(3);
MesValeurs(0)=3.14;
MesValeurs(1)=10;
MesValeurs(2)=1;
ofstream f1("MonFichier.txt");
int nold=f1.precision(15); // pour regler la precision
for (int i=0;i<=2;i++)
f1 << MesValeurs(i) << endl;;

```