

Résolution efficace des modèles logiques – IA303

Travaux Dirigés & Travaux Pratiques

Feuille n° 1

Objectif(s)

- ★ Modélisation à l'aide de la logique propositionnelle
- ★ Premier algorithme de résolution du problème SAT

Exercice 1 – Mise en bouche

Question 1

Mettre en forme normale conjonctive les formules (CNF) suivantes

1. $(\neg p \vee \neg q \vee r) \implies (r \vee s)$
2. $p \implies ((\neg q \vee r) \implies s)$

Question 2

Donnez un modèle à ces formules en CNF.

Exercice 2 – Enigme

Arthur, Bob et Casimir sont soupçonnés d'avoir peint en bleu le chat de la voisine. Ils font les déclarations suivantes :

- Arthur : Bob est coupable et Casimir est innocent.
- Bob : Si Arthur est coupable, Casimir aussi.
- Casimir : Je suis innocent mais au moins l'un des deux autres est coupable.

Question 1

On pose : a = "Arthur est coupable", b = "Bob est coupable" et c = "Casimir est coupable". Avec ces notations transcrire les trois déclarations ci-dessus dans le langage de la logique propositionnelle (notées F_A , F_B et F_C).

Question 2

Construire la table de vérité des formules F_A , F_B et F_C .

Question 3

En utilisant la question précédente et en expliquant votre raisonnement, répondez aux questions suivantes :

- Montrer que si Casimir a menti alors Arthur aussi.
- Si Casimir a menti que peut-on dire de la déclaration de Bob ?
- En supposant que tous ont dit la vérité, qui est coupable et qui est innocent ?
- En supposant que tous sont coupables, qui a dit vrai et qui a menti ?
- Est-il possible que tous les innocents aient menti et que tous les coupables aient dit la vérité ?

Exercice 3 – Procédure de décision simple

Un encodage des PL formule en CNF est donné par le format DIMACS CNF. Un exemple de fichier est :

```
c simple_v3_c2.cnf
c
p cnf 3 2
1 -3 0
2 3 -1 0
```

Toutes les lignes commençant par un caractère “c” sont des commentaires. Le contenu du fichier commence par les mots « p cnf », suivis du nombre de variables n et du nombre de clauses c du problème. Dans un fichier DIMACS CNF, une variable est représentée par un entier compris entre 1 et n . La négation : est représentée par le signe $-$. Une clause est représentée comme une liste de littéraux, séparés par des espaces, et terminée par un 0. Un problème est représenté comme une succession de clauses. Par exemple, le fichier DIMACS CNF donné en exemple encode la formule

$$(x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_1)$$

On ne traitera pas la lecture d'un fichier DIMACS CNF mais on s'inspire de l'encodage des PL formule en CNF.

L'objectif de cet exercice est de mettre en œuvre un algorithme SAT simple.

Question 1

Donnez une structure de données qui représente une PL formule en CNF suivant le format DIMACS CNF.

Question 2

Écrivez une fonction d'évaluation d'une PL formule en CNF étant donnée une interprétation des variables, c'est-à-dire, une valeur booléenne pour chaque variable.

Question 3

Écrivez une fonction qui génère tous les mots binaires de longueur n donnée en paramètre.

Question 4

En utilisant les deux précédentes fonctions, définir une procédure de décision.