Fin de l'exercice 5.1

- $f_6(x) = \ln(\frac{1}{x^2+1})$:

  $x \to x^2+1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une fonction polynôme et elle est non nulle sur $\mathbb{R}$. Donc $x \to \frac{1}{x^2+1}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est à valeurs dans $\mathbb{R}^{+*}$.

  $y \to ln(y)$ est dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$.

  Donc, par composition de fonctions dérivables, f_6 est dérivable sur $D_6 = \mathbb{R}$.

  $$\begin{array}{rcl} f_6(x) & = & \ln(\frac{1}{x^2+1}) \\ & = & \ln(1) - \ln(1+x^2) \\ & = & -\ln(1+x^2) \end{array}$$

  CCL:

  $$\forall x \in D_6 : f_6'(x) = -\frac{2x}{1+x^2}.$$

- $f_7(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$:

  f_7 est dérivable sur $D_7 = \mathbb{R}$ de manière évidente.

  $$\begin{array}{rcl} f_7'(x) & = & -\frac{2x}{2}e^{-\frac{x^2}{2}} \\ & = & -x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \end{array}$$

  CCL:

  $$\forall x \in D_7 : f_7'(x) = -x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

- $f_8(x) = (2x^2+1)^{\frac{3}{2}}$:

  $x \to 2x^2+1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une fonction polynôme.

  $y \to y^{\frac{3}{2}}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

  Donc, par composition de fonctions dérivables, f_8 est dérivable sur $D_8 = \mathbb{R}$.

  $$\begin{array}{rcl} f_8'(x) & = & \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 2x \cdot (2x^2+1)^{\frac{1}{2}} \\ & = & 6x \cdot (2x^2+1)^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

  CCL:

  $$\forall x \in D_8 : f_8'(x) = 6x \cdot (2x^2+1)^{\frac{1}{2}}.$$

- $f_9(x) = e^{x \cdot \ln(x)}$:
  $x \to x \cdot \ln(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$ et est à valeurs dans $\mathbb{R}$.
  $y \to e^y$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
  Donc, par composition de fonctions dérivables, f_9 est dérivable sur $D_9 = \mathbb{R}^{+*}$.

  $$(x \cdot \ln(x))' = \ln(x) + 1$$

  CCL:
  $$\forall x \in D_9 : f_9'(x) = (\ln(x) + 1) \cdot e^{x \ln(x)}.$$

- $f_{10}(x) = \ln(e^x + 1)$:
  $x \to e^x + 1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $]0; +\infty[$.
  $y \to \ln(y)$ est dérivable sur $]0; +\infty[$.
  Donc, par composition de fonctions dérivables, f_{10} est dérivable sur $D_{10} = \mathbb{R}$.

  $$\begin{aligned} f_{10}' &= \tfrac{e^x}{e^x+1} \\ &= \tfrac{e^x+1-1}{e^x+1} \\ &= 1 - \tfrac{1}{e^x+1} \end{aligned}$$

  CCL:
  $$\forall x \in D_{10} : f_{10}'(x) = 1 - \frac{1}{e^x + 1}.$$