

# Evaluation probabiliste de la fiabilité & la disponibilité

B. Monsuez

Mastère IRVEA

Année 2021/2022

Séance du 14 mars 2022

# Evaluation probabiliste des risques (PRA)

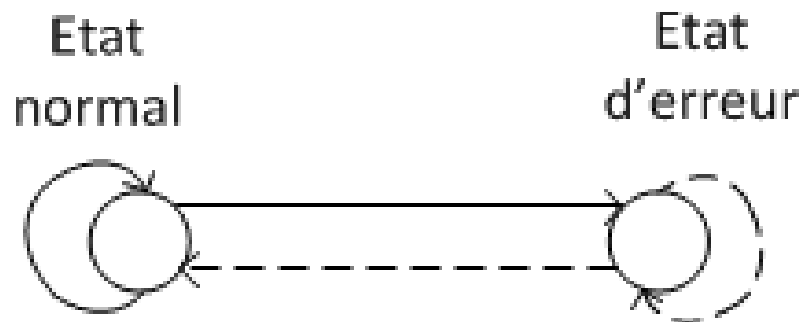
- Méthode pour appréhender de manière **systematique** et **complète** les risques d'un **systeme complexe**
- Le risque est caractérisé par
  - La sévérité (magnitude) de chacune des conséquences.
  - La probabilité d'occurrence.

# EPR (suite)

- Le but de l'EPR est de répondre à ces 3 questions
  - Quels sont les évènements pouvant se produire ?
  - Quelles sont les conséquences d'un évènement ?
  - Quelle est la probabilité et la fréquence d'occurrence de ces évènements ?
- L'EPR historiquement prend ses origines
  - Dans le nucléaire (NRC)
  - Se généralise à toutes les activités industrielles

# Caractérisation d'un évènement élémentaire

- Système de transitions élémentaires à deux états



- Fiabilité
  - $N_{[0,t]}$  durée de fonctionnement dans l'état sans faute.
  - $N_0$  composant réparé au temps 0.
  - $R(t) \equiv \Pr\{N_{[0,t]} | N_0\}$        $F(t) \equiv \Pr\{\bar{N}_{[0,t]} | N_0\}$

# Estimation de la fiabilité

- $f(t) \equiv \frac{dF(t)}{dt}$  Densité de défaillance
- $r(t)dt \equiv \Pr\{\bar{N}_{[t,t+dt]} | N_0, N_{[0,t]}\}$  Taux de défaillance
- $MTTF \equiv \int_0^\infty t f(t)dt$  (*Mean Time To Failure*)
- $\bar{G}(t) \equiv \Pr\{F_{[0,t]} | F_0\}$  *Absence de réparabilité*
- $G(t) \equiv \Pr\{\bar{F}_{[0,t]} | F_0\} = 1 - \bar{G}(t)$  *Réparabilité*
- $g(t) \equiv \frac{dG(t)}{dt}$  Densité de réparation
- $m(t)dt \equiv \Pr\{\bar{F}_{[t,t+dt]} | F_0, F_{[0,t]}\}$  *Taux de réparation*
- $MTTR \equiv \int_0^\infty t g(t)dt$  (*Mean Time To Repair*)

# Estimation de la disponibilité

- Disponibilité

- $x(t) \equiv \begin{cases} 0 & \text{le composant est dans l'état normal} \\ 1 & \text{le composant est dans l'état d'erreur} \end{cases}$

- $A(t) \equiv \Pr\{x(t) = 0 | N_0\}$

- Indisponibilité

- $U(t) \equiv \Pr\{x(t) = 1 | N_0\} = 1 - A(t)$

# Notion d'architectures

- Un système est composé d'un ensemble de fonctions
  - Assurant le fonctionnement
  - Assurant la sécurité
  - Assurant les replis
- Une fonction est composée d'un ensemble de composants
  - Actionneurs
  - Capteurs
  - Décisions
- Estimation de la fiabilité & la disponibilité du système
  - Par composition des fonctions élémentaires

# Les structures pour décrire un système

- Les arbres d'évènements
- Les arbres de défaillance
- Les expressions de logiques booléennes
- Les diagramme de fiabilité
- Les diagrammes de transitions markoviennes

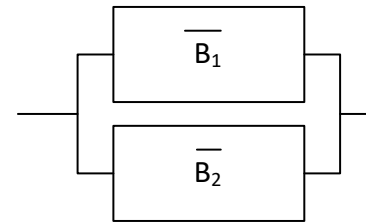
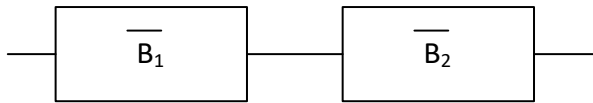


# Arbres d'évènement

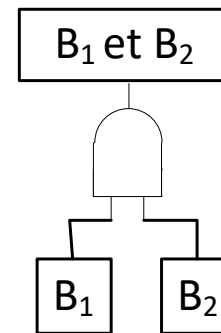
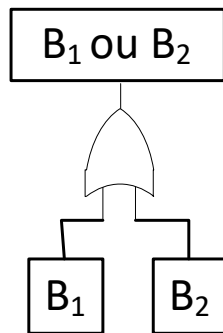
- Part d'un évènement initial (initiating event)
- Analyse pour chaque état les évènements ultérieurs
  - Jusqu'à atteindre un état stable
  - Jusqu'à atteindre l'état nominal
  - Jusqu'à atteindre un état d'erreur

# Arbres de défaillance & les diagrammes de défaillance

- Diagramme de défaillance



- Arbre de défaillance



# Systemes en série ou en parallèle

	B1	B2	Acti f	Probabilité
1	oui	oui	oui	$\Pr\{B_1\} \Pr\{B_2\}$
2	oui	non	oui	$\Pr\{B_1\} \Pr\{\bar{B}_2\}$
3	non	oui	oui	$\Pr\{\bar{B}_1\} \Pr\{B_2\}$
4	non	non	non	$\Pr\{\bar{B}_1\} \Pr\{\bar{B}_2\}$

$$Q_S(t) = \Pr\{B_1\} + \Pr\{B_2\} - \Pr\{B_1\} \Pr\{B_2\}$$

	B1	B2	Acti f	Probabilité
1	oui	oui	Oui	$\Pr\{B_1\} \Pr\{B_2\}$
2	oui	Non	Non	$\Pr\{B_1\} \Pr\{\bar{B}_2\}$
3	non	Oui	Non	$\Pr\{\bar{B}_1\} \Pr\{B_2\}$
4	non	Non	Non	$\Pr\{\bar{B}_1\} \Pr\{\bar{B}_2\}$

$$Q_S(t) = \Pr\{B_1\} \Pr\{B_2\}$$

# Systemes de vote

- Principe :
  - $m$  sous-évènements sur  $n$  doivent être actifs pour que l'évènement se produise

$$\Pr(k; n, Q) \equiv \binom{n}{k} Q^k (1 - Q)^{n-k}$$

$$Q_s(t) \equiv \sum_{k=m}^n \binom{n}{k} Q^k (1 - Q)^{n-k}$$

- Pour un système 2/3, nous avons donc

$$\begin{aligned} Q_{2/3} &= \binom{3}{2} Q^2 (1 - Q)^1 \\ &+ \binom{3}{3} Q^3 (1 - Q)^0 \\ &= 3Q^2 - 2Q^3 \\ &\sim 3Q^2 \text{ pour } Q \text{ petit} \end{aligned}$$

# Quantification des évènements d'un système - Les approches Markoviennes

- Chaîne de Markov
  - toute l'information utile pour la prédiction du futur est contenue dans l'état présent du processus

$$\forall n \geq 0, \forall (i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2},$$

$$\Pr(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) = \Pr(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$$

# Chaîne de Markov homogène

- Chaîne de Markov homogène : système de transition qui ne change pas dans le temps

$$\forall n \geq 0, \forall (i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2},$$

$$\begin{aligned} & \Pr(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) \\ &= \Pr(X_1 = j \mid X_0 = i) \end{aligned}$$

- Propriété forte que :

$$\forall n \geq 0, \forall (i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2},$$

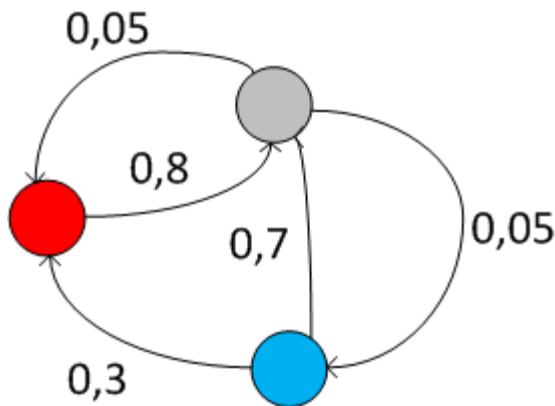
$$\Pr(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = \Pr(X_1 = j \mid X_0 = i)$$

# Calcul de fiabilité en utilisant les chaînes de Markov

- Supposons un système de régulation de température simplifié fonctionnant à 3 niveaux comme suit:
  - 9/10, pas besoin de produire du chaud ou du froid.
  - 1/20 ventilation
  - 1/20, production de froid pendant 1 min.
  - 3/10 production de chaud après avoir produit trop de froid.
  - 7/10 retour à l'état neutre après avoir produit du froid.
  - 8/10 retour à l'état neutre après avoir produit du chaud.
  - 2/10 de continuer de produire du chaud.

# Schéma & matrice de transitions

- Schéma de transition



- Matrice de transition

$$P = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,7 & 0 & 0,3 \\ 0,8 & 0 & 0,2 \end{bmatrix}$$

- Utilisation de la matrice

$$x^{(1)} = x^0 P$$

$$x^{(2)} = P x^{(1)} = P^2 x^0$$

$$q = \lim_{n \rightarrow \infty} x^{(n)}$$

- Si la chaîne est apériodique et irréductible alors nous avons la convergence

$$qP = q \text{ (Point fixe)}$$

$$q(I - P) = 0$$

$$= [q_1, q_2, q_3] \begin{bmatrix} 0,1 & -0,05 & -0,05 \\ -0,7 & 1 & -0,3 \\ -0,8 & 0 & 0,8 \end{bmatrix} = 0$$

$$[q_1, q_2, q_3] = [0,884, 0,0442, 0,0718]$$



# Conclusion

- Ensemble de méthode permettant d'estimer & de quantifier la survenance d'un évènement.
- Méthodes actuellement « poussées » par les réglementations (ISO 26262, EN 50128, directive SEVESO)
- Différentes des méthodes « déterministes » (Soit il y a une erreur soit pas d'erreurs)
- Peuvent servir à estimer aussi des propriétés autres que la fiabilité ou disponibilité (exemple : la consommation)