Cinématique et commande

Julien Alexandre dit Sandretto

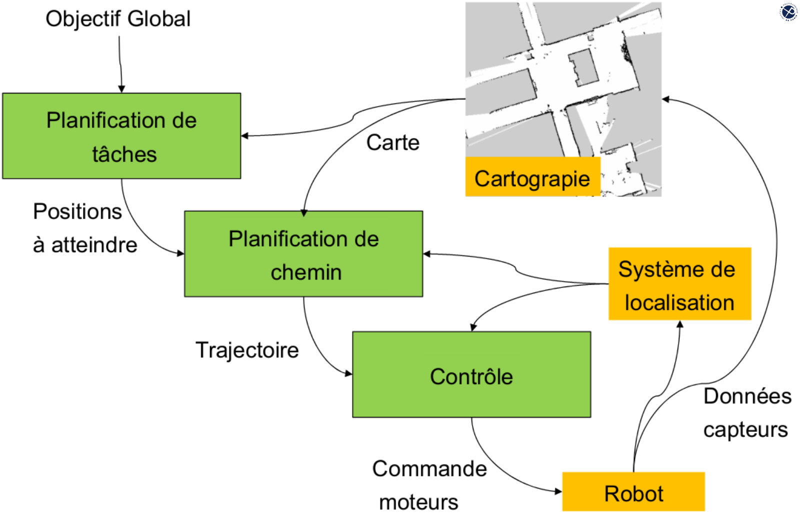
Department U2IS
ENSTA ParisTech

ROB316-2019-2020

ENSTA

IP PARIS

Objectifs du cours



Objectifs du cours

Aperçu des problèmes de planification et contrôle des robots mobiles / véhicules autonomes

- Perception / Cartographie / Localisation - ROB312
- Planification de tâche
- Planification de chemin
- Contrôle

- ROB316

Présentation des méthodes classiques

- PID, MPC, A*, RRT, STRIPS, PDDL, HTN, etc.

TP en Matlab (ou Octave)

Intervenants

Julien Alexandre dit Sandretto

Contrôle : PID, MPC - ENSTA Paris U2IS

`https://perso.ensta-paris.fr/~alexandre/`

David Filliat

Planification de trajectoire - ENSTA Paris U2IS

`https://perso.ensta-paris.fr/~filliat/fr/index.html`

Philippe Morignot

Planification de tâche - SAFRAN

Dominique Luzeaux

Contrôle par logique floue - Direction Générale pour l'Armement

Contrôle des connaissances

Compte-rendus de TP (en binomes)

Un pdf à rendre la semaine suivant le TP :

- 5 lignes résumant le cours
- une desription du TP
- vos résultats et remarques (analyse des paramètres par exemple)

Introduction

Robot mobile : une machine intelligente ?

Robot tactique
(exploration, déminage)

Curiosity

Robot aspirateur

Introduction

Ces robots ont besoin d'accomplir une mission (explorer-cartographier, agir sur l'environnement, aspirer le sol)

Besoin d'autonomie

La première mission : aller (seul) où il **doit** aller !

Assurer autonomie

Contrôler les moteurs en fonction des données capteurs pour réaliser un mouvement

Modèle cinématique

Relier moteurs / mouvements : un modèle cinématique

Modèle cinématique

- Suit l'idée des schémas cinématiques : relation d'équivalence qui lie les éléments d'un système mécanique.
  Définie un mécanisme par les éléments d'assemblage (fixes les uns par rapport aux autres comme vis, boulons, colle, etc.) et les liaisons mécaniques qui laissent un ou plusieurs degrés de liberté (simples : linéaire, rotule, pivot, appui, glissière, etc. ; technologiques : ressorts, courroies, engrenages, embrayages, etc.)
- En robotique : on ne regarde que la chaine cinématique qui lie la vitesse dans le domaine Cartésien et la vitesse articulaire du robot

Modèle cinématique

Ce modèle a une direction (pas toujours inversible)

- Modèle cinématique direct : calcule la vitesse dans le domaine cartésien en fonction de la vitesse articulaire du robot
- Modèle cinématique inverse : permet de passer de la vitesse opérationnelle à la vitesse dans le domaine articulaire

En robotique mobile, on obtient naturellement le modèle direct
$\Rightarrow$ d'où la problèmatique du contrôle !

Quelques simplifications

- corps rigides, pas (peu) de frottement/glissement, actionneurs schématisés par leur vitesse

Modèle plus simple que dynamique : pas besoin d'information sur paramètres inertiels

Modèle cinématique des robots mobiles à roues

Contraintes non holonômes

holos + nomos = entière + loi

- roulement sans glissement
- roulement sans dérapage

Cela implique :

- la composante de la vitesse dans la direction de la roue est égale à la vitesse de roulement
- la composante de la vitesse dans la direction perpendiculaire au mouvement est nulle

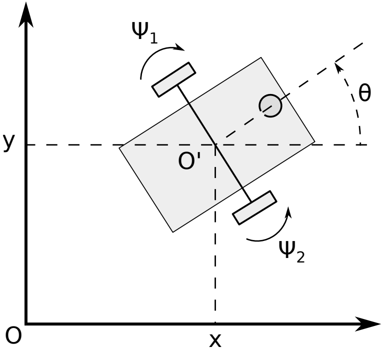
Certains mouvements ne sont pas possibles : non holonome

Remarque : des robots holonomes existent, mais pas dans ce cours

Unicycle

Principe

Composé de deux roues motrices indépendantes à l'arrière et d'une roue folle à l'avant (non contrôlée, pour la stabilité)



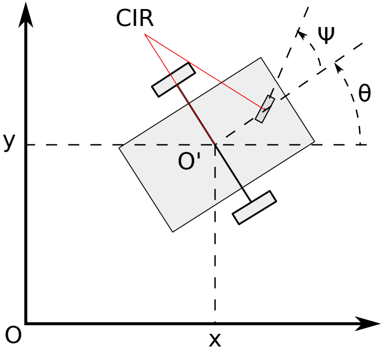
$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos\theta \\ \dot{y} = u_1 \sin\theta \\ \dot{\theta} = u_2 \end{cases}$$

avec $u_1 = \frac{r}{2}(\dot{\psi}_1 + \dot{\psi}_2)$ et $u_2 = \frac{r}{2L}(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1)$, avec r le rayon des roues et L la longueur de l'axe

Tricycle

Principe

Composé d'un train à l'arrière (stabilité) et d'une roue motrice et directrice à l'avant



CIR = centre instantané de rotation

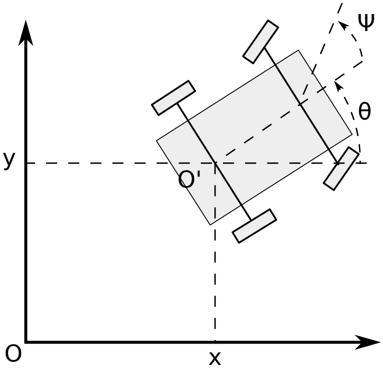
$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos\theta \cos\psi \\ \dot{y} = u_1 \sin\theta \cos\psi \\ \dot{\theta} = \dfrac{u_1}{D} \sin\psi \\ \dot{\psi} = u_2 \end{cases}$$

avec u_1 vitesse longitudinale et u_2 angulaire de la roue et D la distance entre train arrière et roue avant

Voiture

Principe

Composé d'un train moteur à l'arrière et d'un train directeur à l'avant



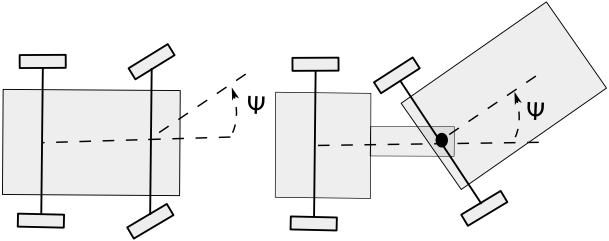
$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos\theta \\ \dot{y} = u_1 \sin\theta \\ \dot{\theta} = \dfrac{u_1}{D} \tan\psi \\ \dot{\psi} = u_2 \end{cases}$$

avec u_1 vitesse longitudinale et u_2 vitesse de braquage et D la distance entre train arrière et train avant

Chariot avec remorque

Principe

Unicycle suivi d'une remorque, cinématique similaire à la voiture



Mais le problème de la manœuvrabilité est plus complexe

Importance des repères

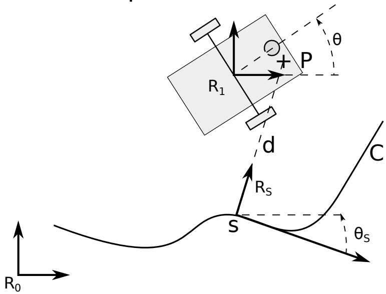
On l'a vu, le modèle cinématique permet d'exprimer le mouvement d'un repère, celui du robot, par rapport au repère de référence, le "monde".

Il faut donc

- bien placer celui du robot, il n'existe pas mais doit être physiquement identifiable...
- éviter les ambiguités (rotation)
- penser à la tâche : par exemple repère de Frénet

Repère de Frénet

Idéal pour suivi de chemin :



R_s : repère centré en S, tangent à C
P : un point du robot (coordonnées (l_1, l_2) dans R_1
s : abscisse curviligne de S, projection de P sur C (existe sous certaines conditions)
d : ordonnée de P dans R_s
$\theta_e = \theta - \theta_s$

Repère de Frénet

La cinématique

Il nous faut les dérivées de s, d, et θ_e :

$$\dot{\theta}_e = u_2 - \dot{s}c(s)$$

où $c(s)$ est la courbure de C en s. Puis on calcule $\frac{\partial \overrightarrow{OP}}{\partial t}$...et on obtient :

$$\begin{cases} \dot{s} = \dfrac{1}{1 - dc(s)}[(u_1 - l_2 u_2)\cos\theta_e - l_1 u_2 \sin\theta_e] \\ \dot{d} = (u_1 - l_2 u_2)\sin\theta_e + l_1 u_2 \cos\theta_e \\ \dot{\theta}_e = u_2 - \dot{s}c(s) \end{cases}$$

(si $l_1 = l_2 = 0, c(s) = 0, s = x, d = y$: on retrouve bien l'unicycle)

Applications

Ces modèles cinématiques peuvent être nécessaires à de nombreuses applications :

- conception (dimensionnement)
- simulation
- génération de trajectoires
- et surtout en contrôle

Nous allons voir trois applications au contrôle : la stabilisation de trajectoires, le suivi de chemin et la stabilisation de configurations

Stabilisation de trajectoires

Stabiliser une trajectoire : considérons que nous sommes dessus, et donc localement $c(s) = 0$

Où placer P ? Sur l'axe des roues ou non...

Sur l'axe

Ceci implique $l_1 = 0$ et donc

$$\dot{x} = (u_1 - l_2 u_2)\cos\theta, \quad \dot{y} = (u_1 - l_2 u_2)\sin\theta$$

$\Rightarrow$ P ne peut se déplacer que dans la direction du vecteur $(\cos\theta, \sin\theta)$: problème de la non-holonomie !

Stabilisation de trajectoires

En dehors de l'axe

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta & -l_1\sin\theta\\ \sin\theta & l_1\cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -l_2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ matrices inversibles donc il n'y a pas de singularité et le robot peut aller où il veut !

Stabilisation de trajectoires

Problème

On veut suivre une trajectoire de référence $t \mapsto (x_r(t), y_r(t))$ (différentiable). On définie l'erreur à la référence par $e = (x - x_r, y - y_r)$, on veut évidement que cette erreur se stabilise à 0.

$$\dot{e} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -l_1 \sin\theta \\ \sin\theta & l_1 \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 - l_2 u_2 \\ u_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{pmatrix}$$

Stabilisation de trajectoires

La commande

En posant les variables de commande

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -l_1 \sin\theta \\ \sin\theta & l_1 \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 - l_2 u_2 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Le problème revient à

$$\dot{e} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{pmatrix}$$

Ce problème est linéaire est peut donc être stabilisé par une commande proportionnelle ($k_i > 0$) :

$$v_1 = \dot{x}_r - k_1(x - x_r), \quad v_2 = \dot{y}_r - k_2(y - y_r)$$

Stabilisation de trajectoires

Qu'en est-il des autres systèmes ?

- chariot avec remorque : identique à condition de prendre P sur le chariot (et $u_1 > 0$)
- voiture : identique à condition de prendre P sur la roue directrice

Suivi de chemin

Objectif

Stabiliser à zéro la distance d entre unicycle et courbe C
On a vu que d satisfait

$$\dot{d} = (u_1 - l_2 u_2) \sin \theta_e + l_1 u_2 \cos \theta_e \tag{1}$$

Commande par retour d'état

L'unicycle a une vitesse fixée u_1 strictement positive ou négative (on la choisit positive), on place P tel que $l_2 = 0$
Une commande par retour d'état peut être définie

$$u_2 = -\frac{u_1}{l_1 \cos \theta_e} \sin \theta_e - \frac{u_1}{\cos \theta_e} k(d, \theta_e) d$$

avec k continue, strictement positive et $k(d, \pm\pi/2) = 0$ (par exemple $k(d, \theta_e) = k_0 \cos \theta_e$)

Suivi de chemin

En injectant la commande u_2 dans Eq.(1) :

$$\dot{d} = -l_1 u_1 k(d, \theta_e) d$$

Convergence

Un unicycle contrôlé par ce retour d'état implique bien que $d \to 0$ car $\dot{d} < 0$ (et en s'assurant que $|\theta_e| < \pi/2$)

Qu'en est-il des autres systèmes ?

Même résultats sous les mêmes conditions que précédemment

Stabilisation de configurations fixes

Objectif

Aligner parfaitement le repère du robot et celui de référence ($OP = 0$ et $\theta = 0$)
Typiquement garer une voiture !

Compliqué...

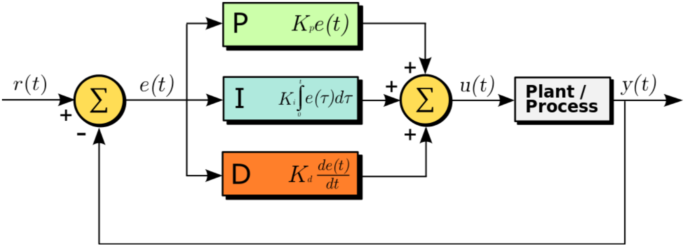
Dû aux contraintes de non-holonomie (nécessite une manœuvre), les approches classiques de contrôle ne fonctionnent que rarement

Correcteur (ou régulateur) PID

Le système est dans un état $y(t)$, on veut qu'il aille à une référence $r(t)$, on a donc une erreur $e(t) = r(t) - y(t)$.

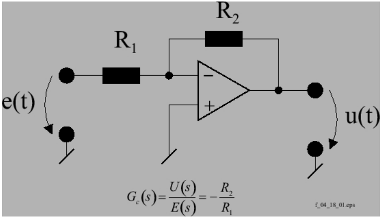
Bouclage

Le PID permet de calculer une commande $u(t)$, proportionnelle à l'erreur, à son intégrale et à sa dérivée, qui fait tendre $e(t)$ vers 0.

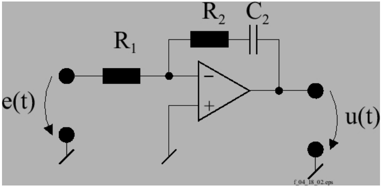


Une vision électronique de la régulation

Comparateur avec un amplificateur opérationnel :



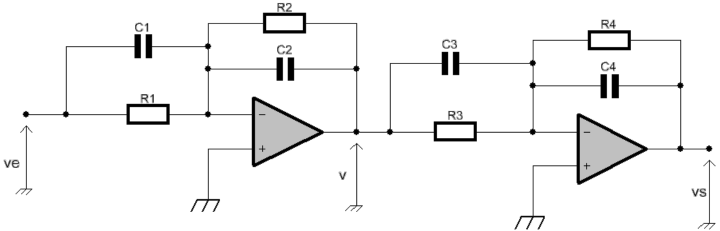
Ajout d'une capacité pour l'intégrale (accumulation) :



PI en paralléle (existe aussi en série)

Une vision électronique de la régulation

Une façon de réaliser un PID analogique :



Intérêts de l'analogique : rapide, continu, peu couteux, aucun bugs, etc...(présent dans les satellites)
Problèmes : difficile à régler, fréquences, bruits, etc...

Propriétés

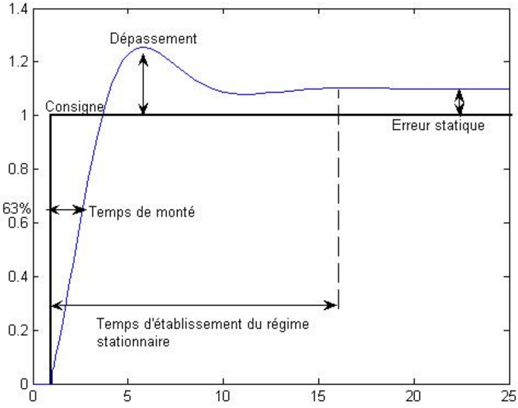
Par composante du PID

Chaque composante à ses avantages et ses inconvénients :

Action	Avantages	Inconvénients
P	dynamique	ne permet pas d'annuler une erreur statique
I	annulation de l'erreur statique, améliore la robustesse	action lente, ralentit la réponse du système (peut destabiliser)
D	action très dynamique, améliore la rapidité (stabilise)	sensible aux bruits, sollicite fortement les actionneurs (à-coups)

Propriétés

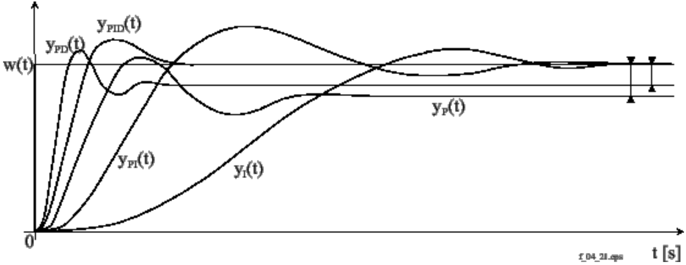
Globales au correcteur



- Dépassement : casse du système
- Erreur statique : empêche d'atteindre la consigne (précision)
- Temps de montée : réponse du système (rapidité)
- Temps de stabilisation

Comparaison des régulateurs

Comparons les régulateurs P, I, PI, PD, PID :



Réglage des coefficients

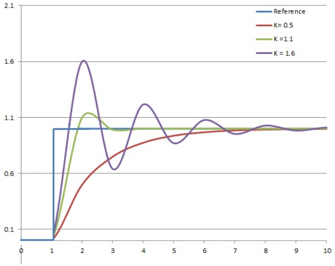
Plusieurs méthodes existent pour le réglage des coefficients K_p, K_i, et K_d :

- **Black :** basique, le diagramme de Black permet de visualiser les effets d'un régulateur et d'ajuster les paramètres à la main (abaque de Nichols)
- **Nyquist :** identique mais avec diagramme de Nyquist (visualise la réponse harmonique de la boucle ouverte pour évaluer la stabilité du système équivalent en boucle fermée)
- **Ziegler-Nichols :** voir la suite
- **Naslin :** approche algébrique pour étudier la fonction de transfert (rapports caractéristiques)

Méthode de Ziegler-Nichols

Une méthode par approximations successives :

1. Fixer $K_i = K_d = 0$, on part donc d'un régulateur proportionnel simple avec $K_p = 0.1$ par exemple
2. On augmente progressivement K_p jusqu'à avoir une oscillation entretenue
3. On fixe $K_u = K_p$ (gain maximal) et T_u la période d'oscillation



4. on utilise la table de Ziegler-Nichols pour K_p, K_i, et K_d

Méthode de Ziegler-Nichols

Type de régulateur	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.45K_u$	$T_u/1.2$	-
PD	$0.8K_u$	-	$T_u/8$
PID	$0.6K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Les coefficients $K_i = K_p/T_i$ et $K_d = K_p T_d$

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Méthode de Ziegler-Nichols

Avantages

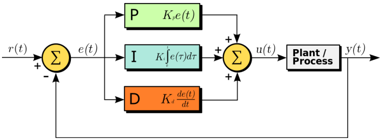
Grande simplicité, suffisante pour beaucoup d'applications, pas besoin de la fonction de transfert

Inconvénients

Léger déphasage, agressif (crée du dépassement)

Actionneurs/capteurs

PID $\Rightarrow$ boucle fermée



$y(t)$ nécessaire pour le calcul de l'erreur à la consigne : capteurs (avec observateur ou non)

Faire le lien entre actionneurs et capteurs

Modèle cinématique pour la simulation, le réglage de la commande, etc.

Exemples

- Capteurs : mesure de la distance à un objectif, d'un cap, etc.
- Actionneurs : commande en vitesse des moteurs, saturation

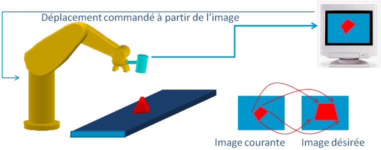
Exemple de l'asservissement visuel

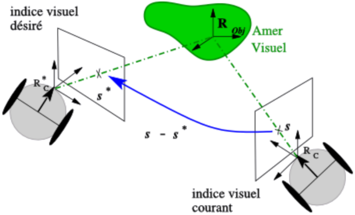
Objectif

Atteindre un objectif en contrôlant un robot par la vision.

Idée

Asservir la commande du robot directement en fonction de l'erreur de la vision





Exemple de l'asservissement visuel

- La consigne est exprimée dans l'espace capteur, ici une image !
- L'erreur est la différence entre l'image voulue et celle donnée par le système de vision
- Cette différence nous permet de calculer l'entrée à notre système (régulateur en boucle fermée comme un PID)

Vidéo : `https://interstices.info/wp-content/uploads/2005/10/asservissement-seq1.mp4?_=1`

Discussion

Modèle cinématique et PID

Théorie du contôle repose sur modélisation cinématique
PID régulateur très efficace mais parfois difficile à régler

La cinématique suffit-elle ?

Cette approche néglige les forces (frottement, gravité, etc.) et l'intertie du système...
$\Rightarrow$ La semaine prochaine la modélisation dynamique et les commandes associées