

Codage d'images :

DCT (*Jpeg*) – EZW (*Jpeg 2000*)

- Représentation fréquentielle et DCT
- Quantification des coefficients DCT
- Parcours des blocs DCT et codage par plage
- Codage entropique et algorithme de Huffman
- Transformée en ondelettes et EZW

La norme de compression Jpeg utilise une représentation des images sous forme de *transformée en cosinus discret bidimensionnel* (DCT2d) :

Transformée directe :

$$C(u, v) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\delta_0(u)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\delta_0(v)} \frac{2}{n} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} I(x, y) \cdot \cos \pi \frac{(2x+1)u}{2n} \cdot \cos \pi \frac{(2y+1)v}{2n}$$

Transformée inverse :

$$I(x, y) = \frac{2}{n} \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\delta_0(u)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\delta_0(v)} C(u, v) \cdot \cos \pi \frac{(2x+1)u}{2n} \cdot \cos \pi \frac{(2y+1)v}{2n}$$

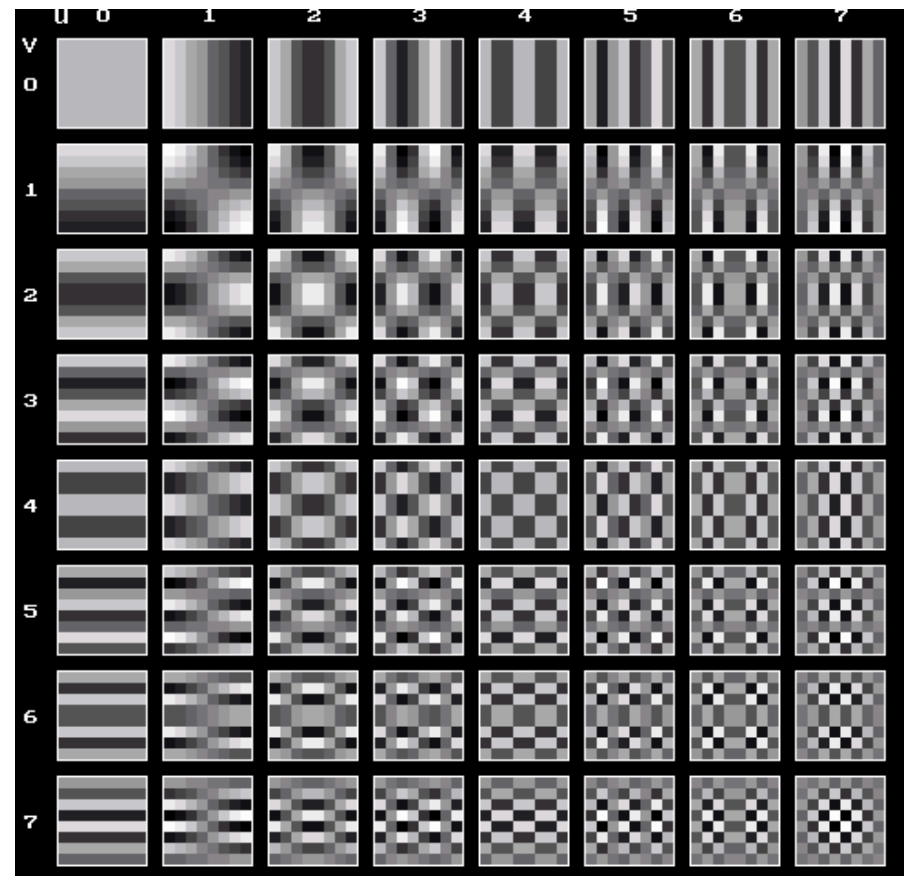
Dans cette représentation, un bloc (image) de taille $n \times n$ est représenté par ses composantes dans une base de $n \times n$ fonctions élémentaires $F_{u,v}(x, y)$:

$$I(x, y) = \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} C(u, v) \cdot F_{u,v}(x, y)$$

avec : $F_{u,v}(x, y) = \frac{2}{n} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\delta_0(u)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\delta_0(v)} \cos \pi \frac{(2x+1)u}{2n} \cdot \cos \pi \frac{(2y+1)v}{2n}$

L'avantage de cette base, est que contrairement à la base canonique, certaines composantes peuvent être considérées comme moins importantes. C'est cette propriété qu'exploite la compression avec perte.

Ci contre, la base DCT2d pour des blocs de taille 8×8 :



Les 64 fonctions élémentaires $F_{u,v}$ ($n = 8$)

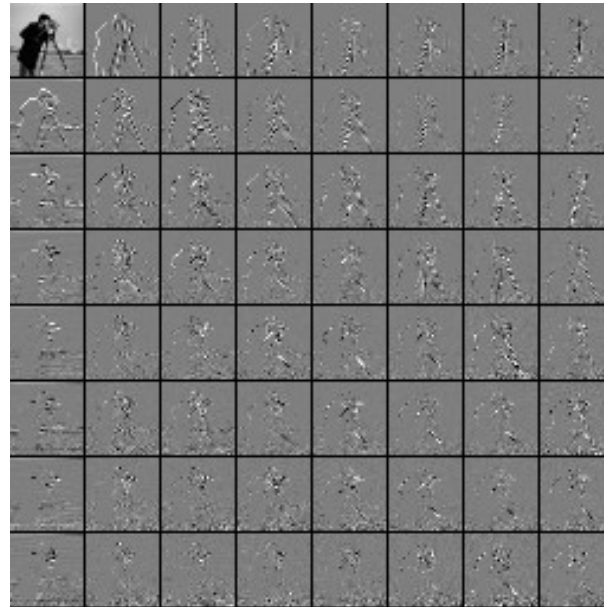
Sur de grandes images, cette transformation est appliquée à *tous les blocs carrés d'un découpage régulier*, voir exemple ci-contre ($n = 8$) :

Le mode de représentation (1) de la DCT2d préserve la localisation des blocs de l'image originale : il illustre bien *l'irrégularité spatiale de la répartition de l'information*.

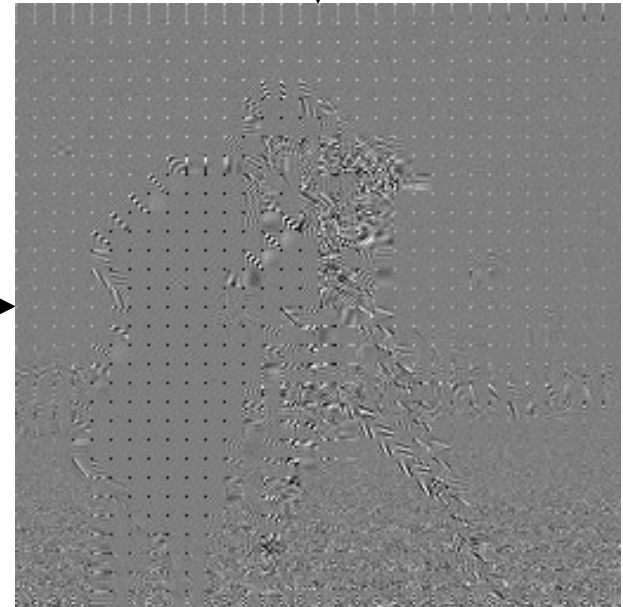
Le mode de représentation (2) de la DCT2d regroupe les pixels de tous les blocs par coefficient. Il permet de visualiser le *découpage en bande de fréquence*, et d'apprécier la différence de leur *pertinence* d'un point de vue *psychovisuel*.



La compression Jpeg exploite cette différence en *quantifiant plus fortement*, voire en supprimant les *fréquences les plus élevées* de la DCT2d



(2)



(1)



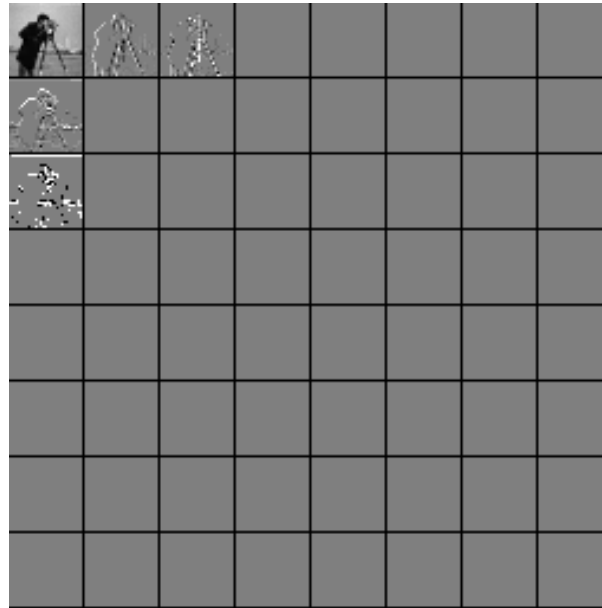
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 0,25
Size : 2 Ko
Mean Square Error : 378,7

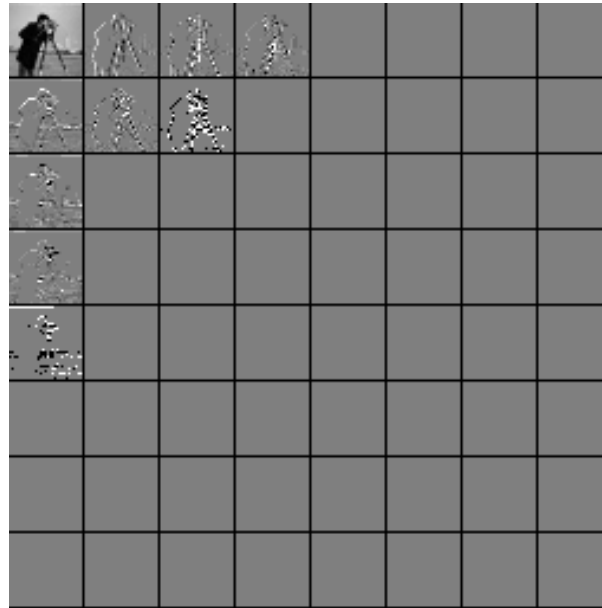
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 0,5
Size : 4 Ko
Mean Square Error : 239,5

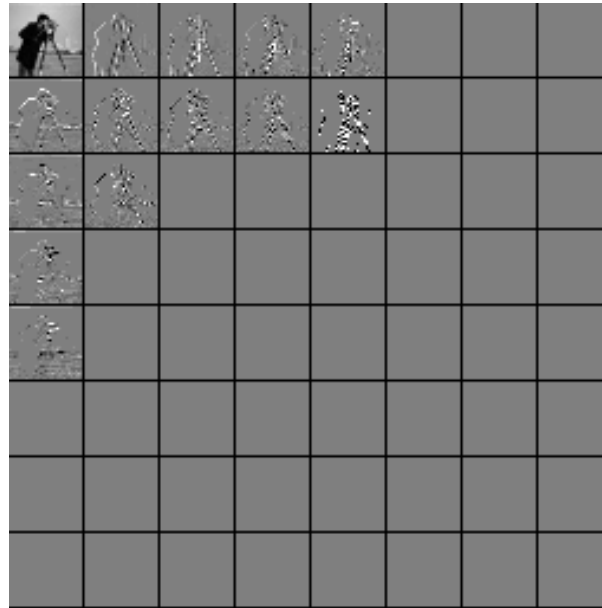
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 0,75
Size : 6 Ko
Mean Square Error : 171,8

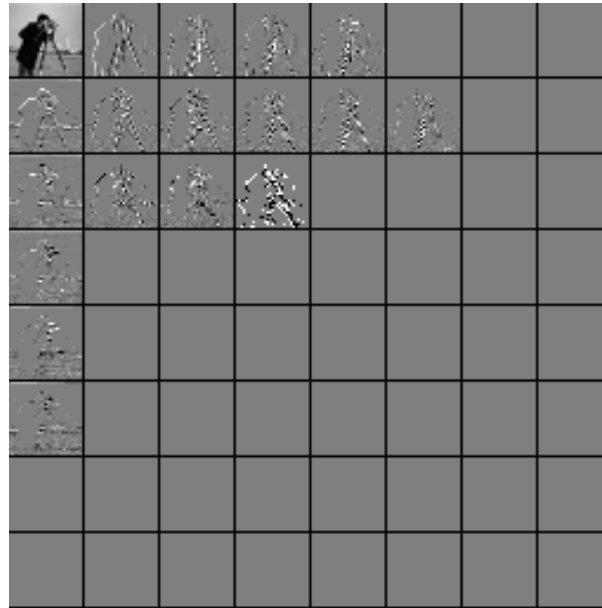
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 1
Size : 8 Ko
Mean Square Error : 130,2

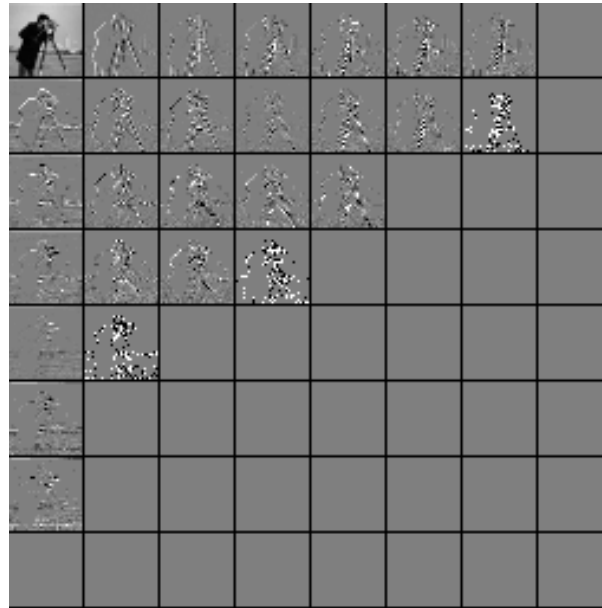
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 1,5
Size : 12 Ko
Mean Square Error : 79,8

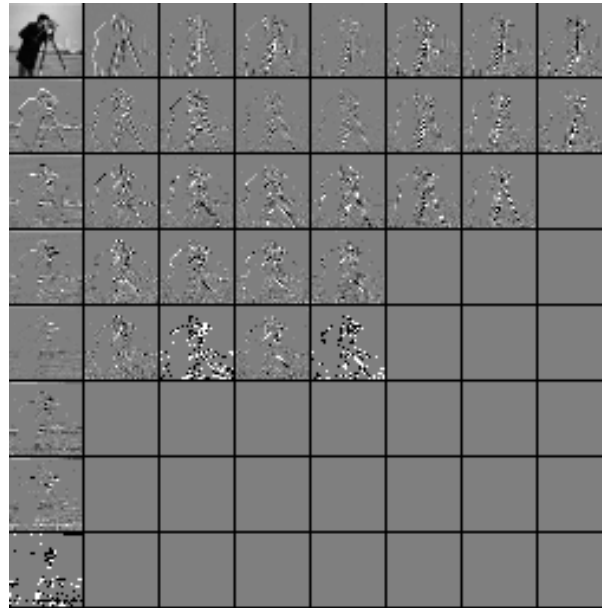
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 2
Size : 16 Ko
Mean Square Error : 50,0

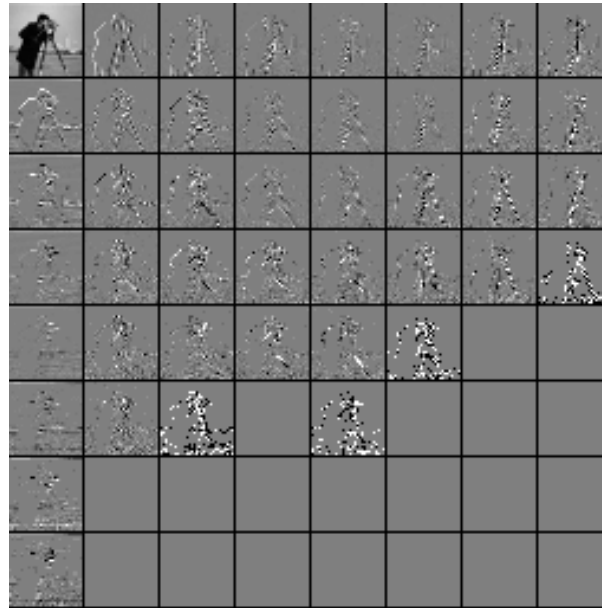
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 2,5
Size : 20 Ko
Mean Square Error : 31,6

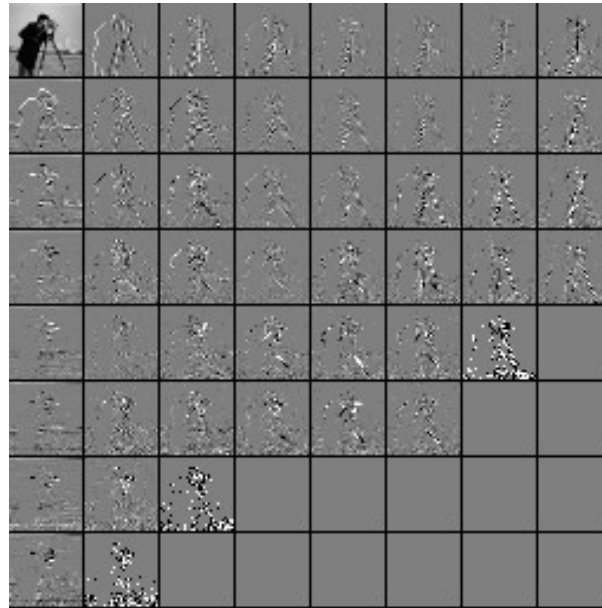
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 3
Size : 24 Ko
Mean Square Error : 19,9

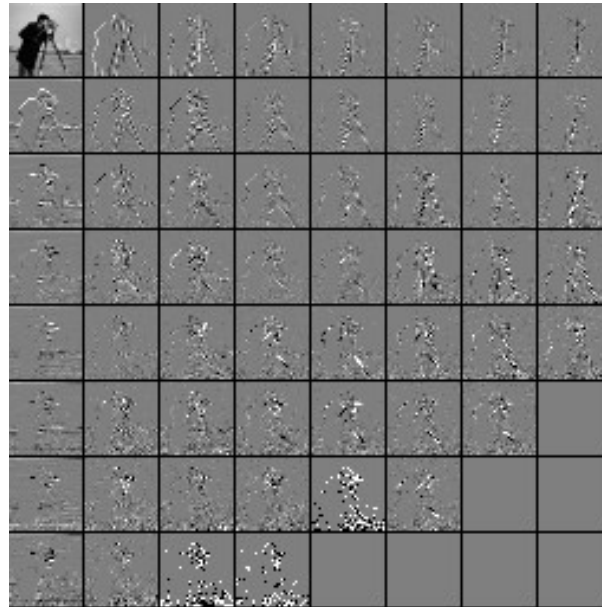
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse



256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 3,5
Size : 28 Ko
Mean Square Error : 12,4

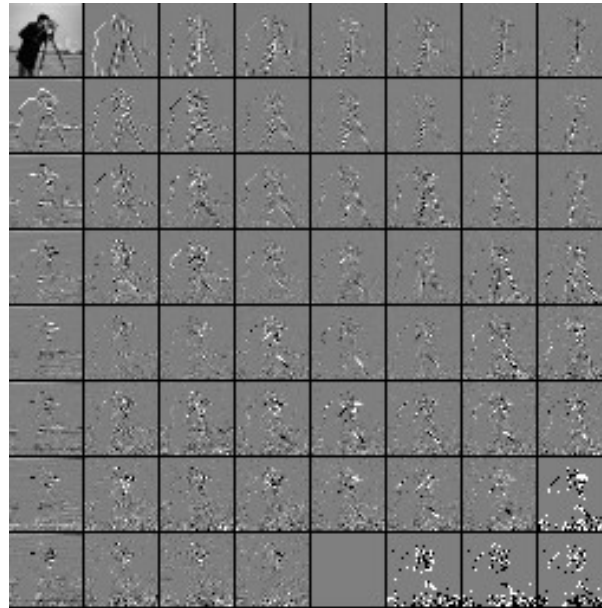
Transmission progressive d'image correspondant à une allocation de débit variable du codage DCT2d.

La norme Jpeg utilise en outre un codage entropique qui n'est pas pris en compte ci-dessous :

originale

DCT2d quantifiée

DCT2d inverse

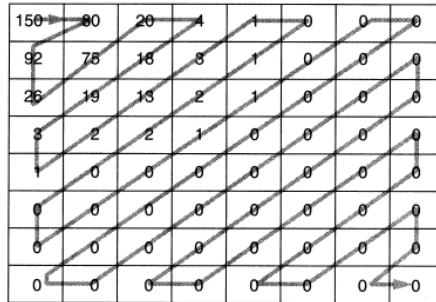


256x256 pixels codés
sur 8 bits (64 Ko).

Bitrate : 4
Size : 32 Ko
Mean Square Error : 7,5

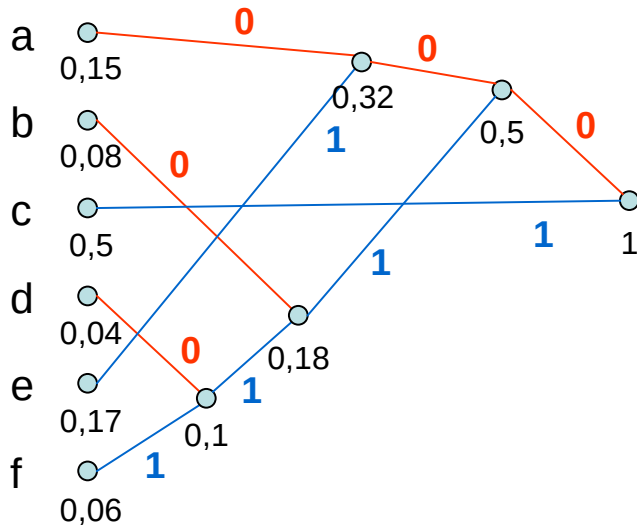
Après la transformée en DCT2d et la quantification, la deuxième partie de la norme Jpeg utilise une *compression sans perte* qui va : (1) regrouper les nombreuses valeurs nulles par plages (*Run Length Encoding*), et (2) exploiter le déséquilibre dans la distribution des valeurs à coder en attribuant à chaque valeur (symbole) une longueur (nombre de bits) inversement proportionnelle à sa probabilité d'apparition (*codage entropique*).

(1) Chaque bloc DCT2d quantifié est transformé en un vecteur ligne grâce à un parcours en zig-zag :



Cette transformation regroupe les valeurs faibles en fin de vecteur.

(2) Les valeurs non nulles sont codées par le codage de Huffman :

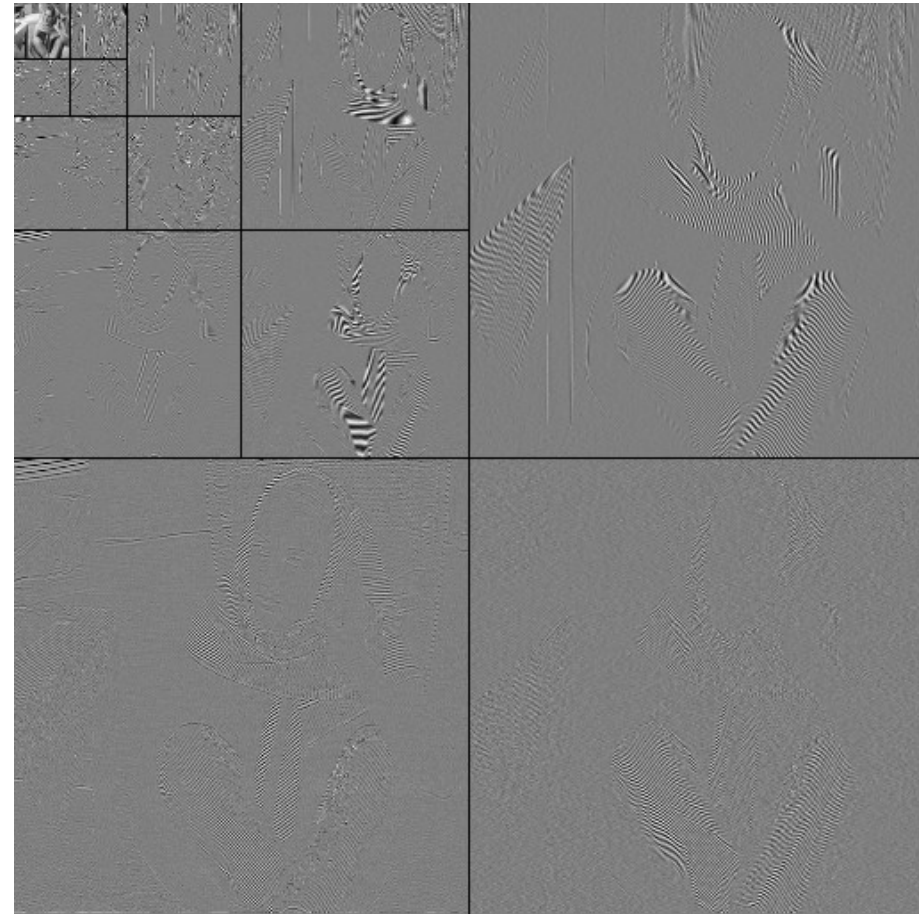


Symbole	Probab.	Code
a	0,15	000
b	0,08	010
c	0,5	1
d	0,04	0110
e	0,17	001
f	0,06	0111

Les techniques de compression de type *Jpeg 2000* sont fondées sur une décomposition de l'image en ondelettes : décomposition en fréquences spatialement localisée sans découpage arbitraire du domaine spatial (et donc sans artefact de blocs).

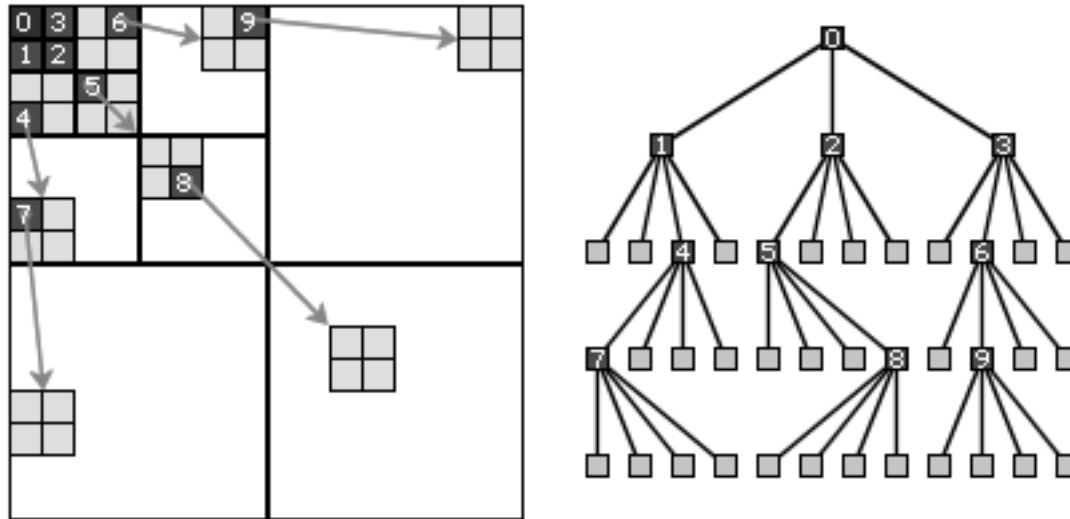


Image originale « Barbara » 512x512, 8 bits par pixel



Transformée en ondelettes sur 4 niveaux

La compression avec perte (lossy) correspond à une quantification progressive des coefficients d'ondelettes associée à une représentation hiérarchique : chaque pixel du dernier niveau passe-bas est la racine d'un arbre quaternaire (quad-tree) correspondant à ses niveaux de détails successifs :



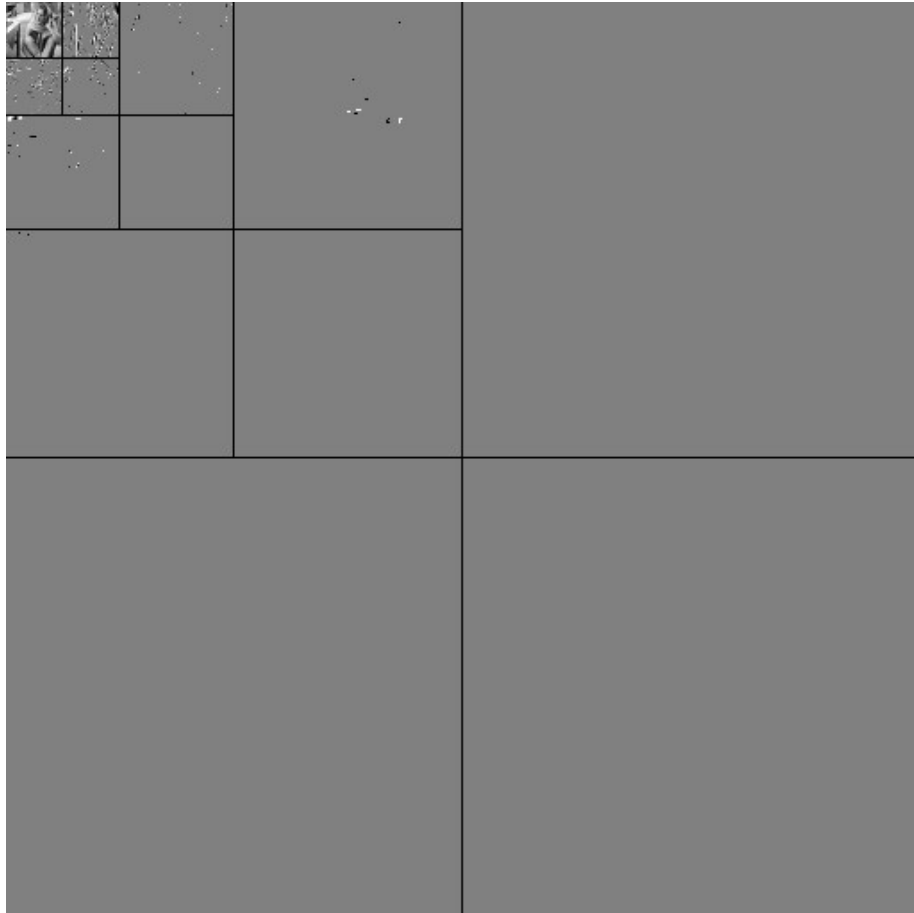
Le gain repose sur le principe que dans les images naturelles, l'arbre est essentiellement peuplé de zéros (Zero trees). L'algorithme EZW (Embedded Zerotree Wavelet) est un algorithme de codage itératif consistant en gros à coder chaque arbre comme une succession de nœuds de 4 types, pour un seuil $T > 0$:

- ZT : le nœud de valeur N et tous ses descendants sont tels que $|N| < T$
- IZ : $|N| < T$, mais l'un de ses descendants D est tel que $|D| > T$
- SP : $N > T$
- SN : $N < -T$

A l'itération suivante, le seuil T est divisé par deux et on s'intéresse à la partie résiduelle, de telle sorte que chaque itération considère un bit de poids décroissant des coefficients.

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



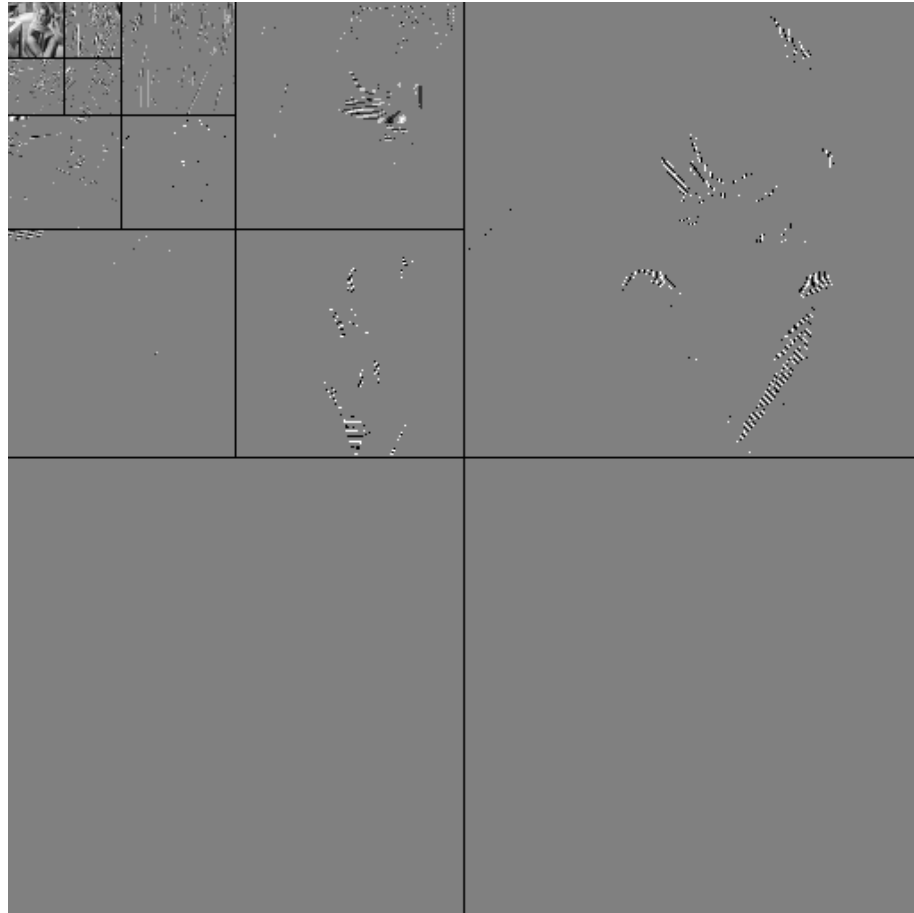
Quantification de la transformée en ondelettes, 1^{er} niveau



Transformée inverse : 0,05 bpp, MSE = 361,6

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



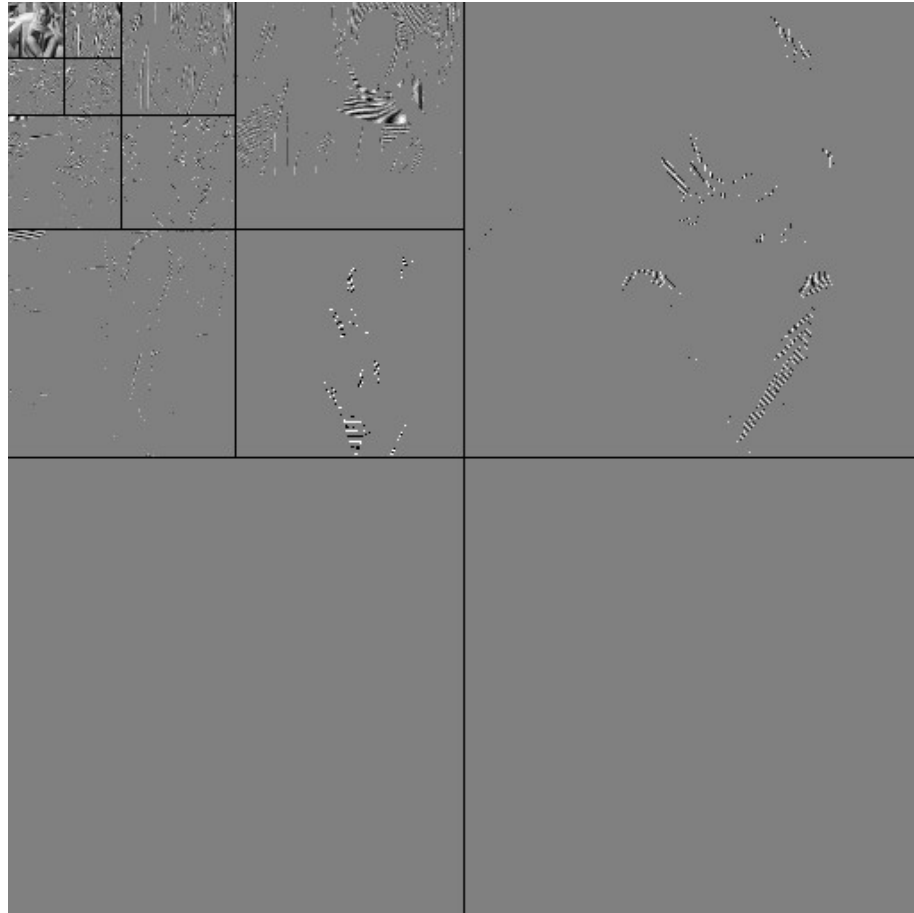
Quantification de la transformée en ondelettes, 2^e niveau



Transformée inverse : 0,1 bpp, MSE = 265,9

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



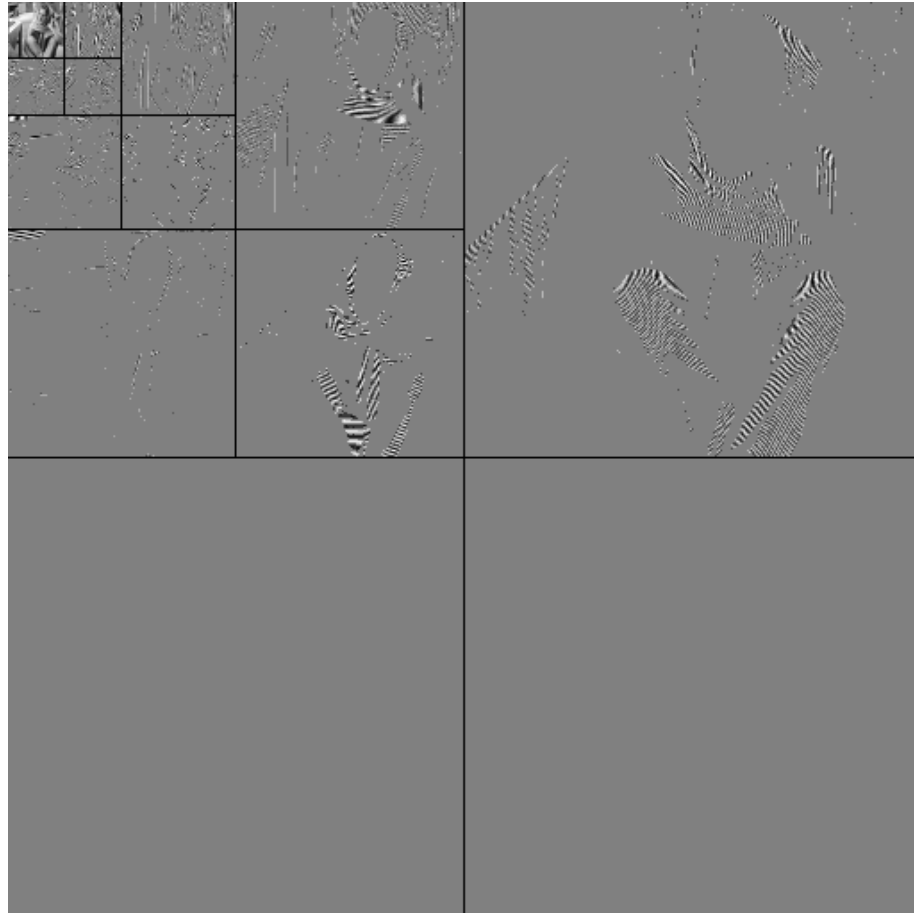
Quantification de la transformée en ondelettes, 3^e niveau



Transformée inverse : 0,2 bpp, MSE = 202,7

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



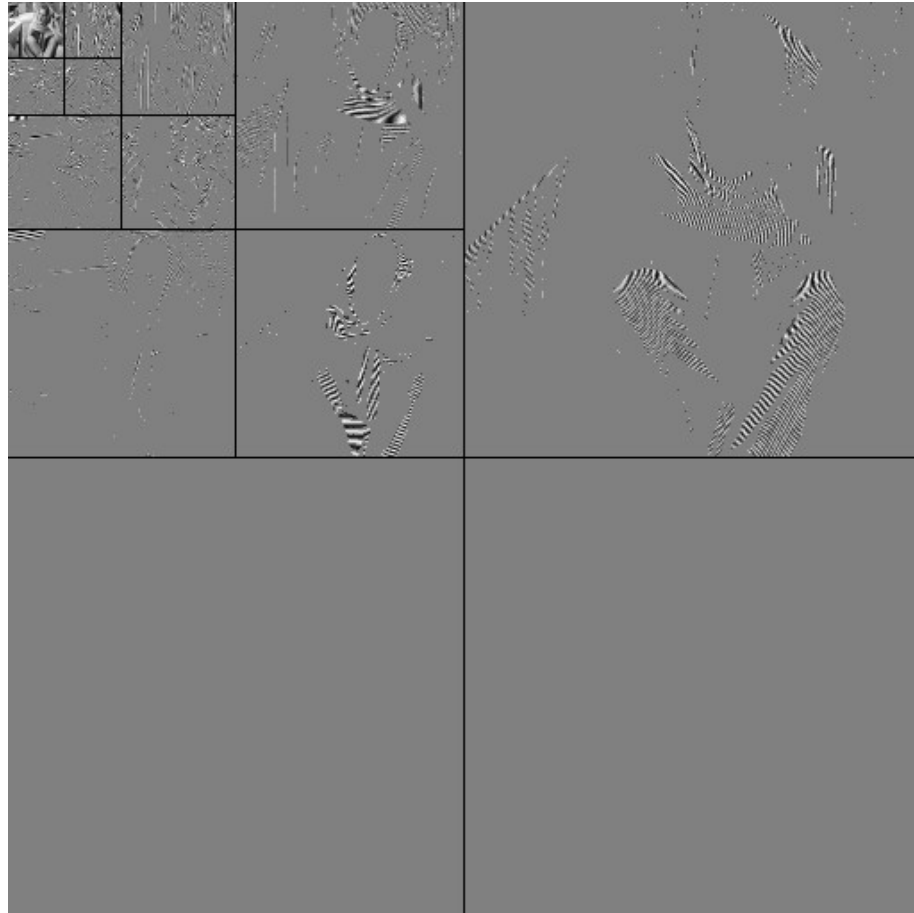
Quantification de la transformée en ondelettes, 4^e niveau



Transformée inverse : 0,3 bpp, MSE = 106,4

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



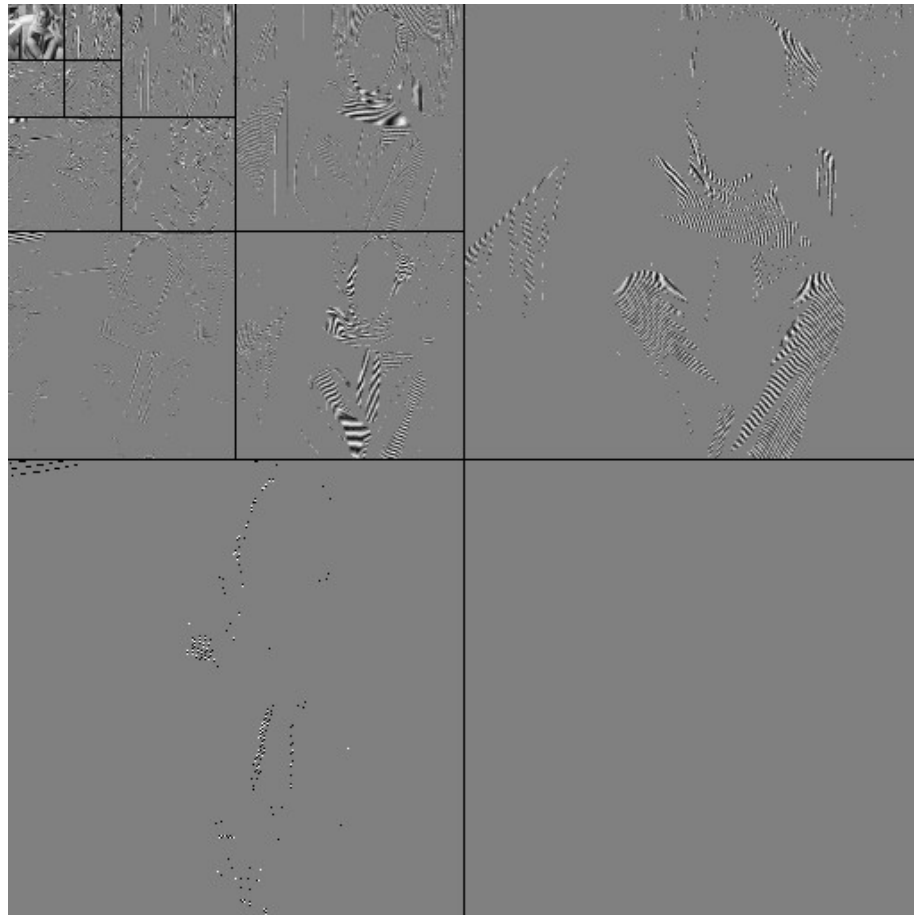
Quantification de la transformée en ondelettes, 5^e niveau



Transformée inverse : 0,4 bpp, MSE = 89,1

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



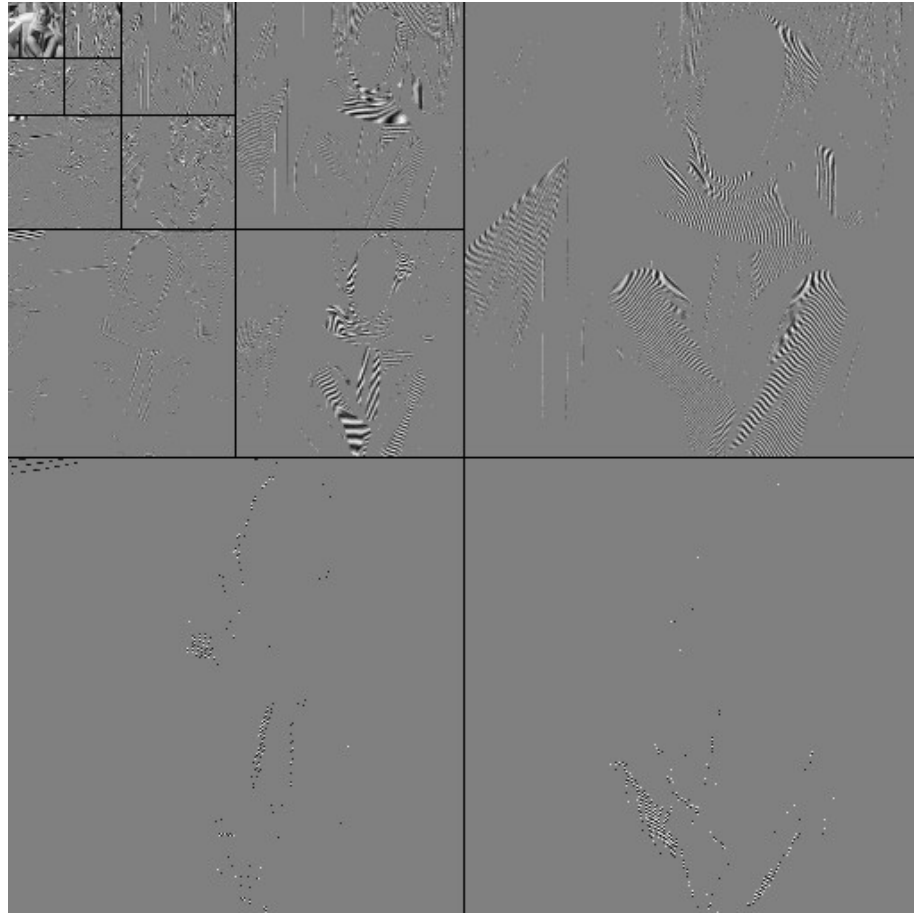
Quantification de la transformée en ondelettes, 6^e niveau



Transformée inverse : 0,5 bpp, MSE = 71,1

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



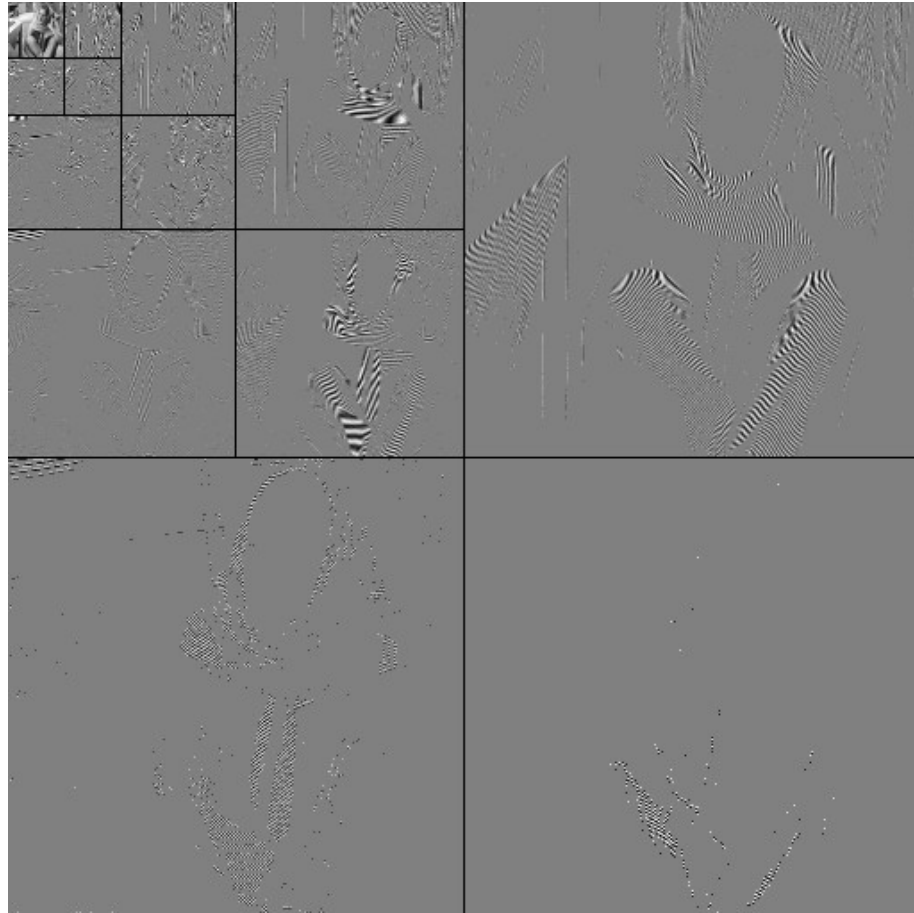
Quantification de la transformée en ondelettes, 7^e niveau



Transformée inverse : 0,75 bpp, MSE = 35,3

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



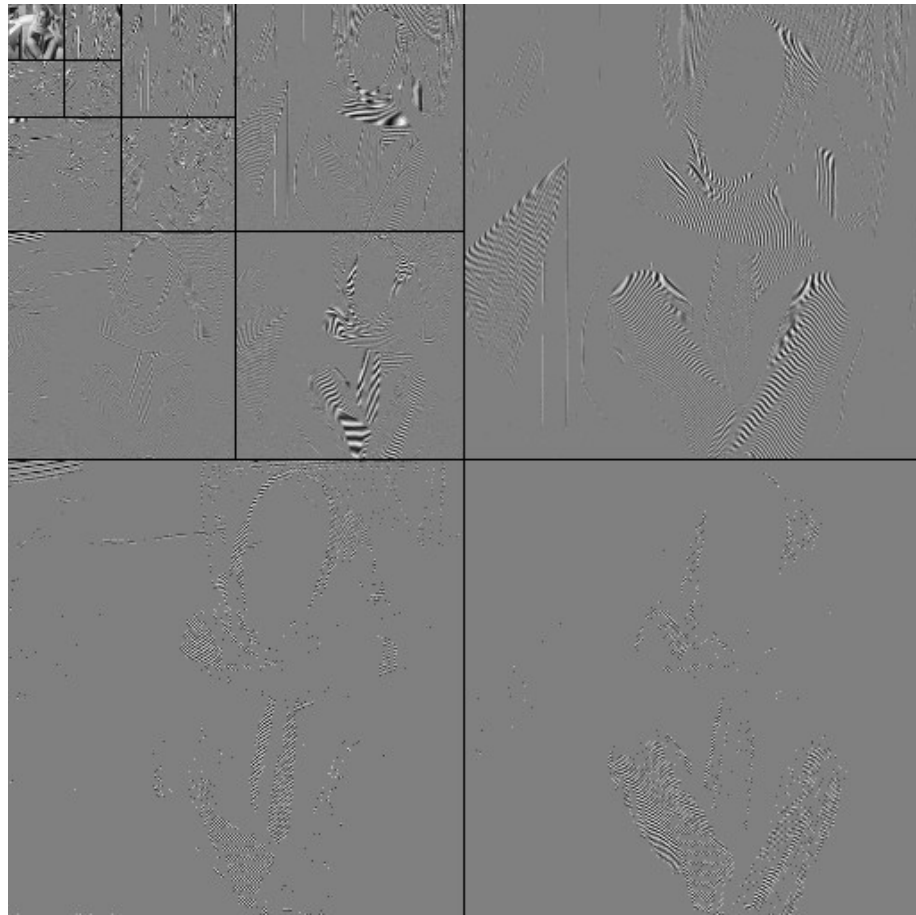
Quantification de la transformée en ondelettes, 8^e niveau



Transformée inverse : 1 bpp, MSE = 20,7

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



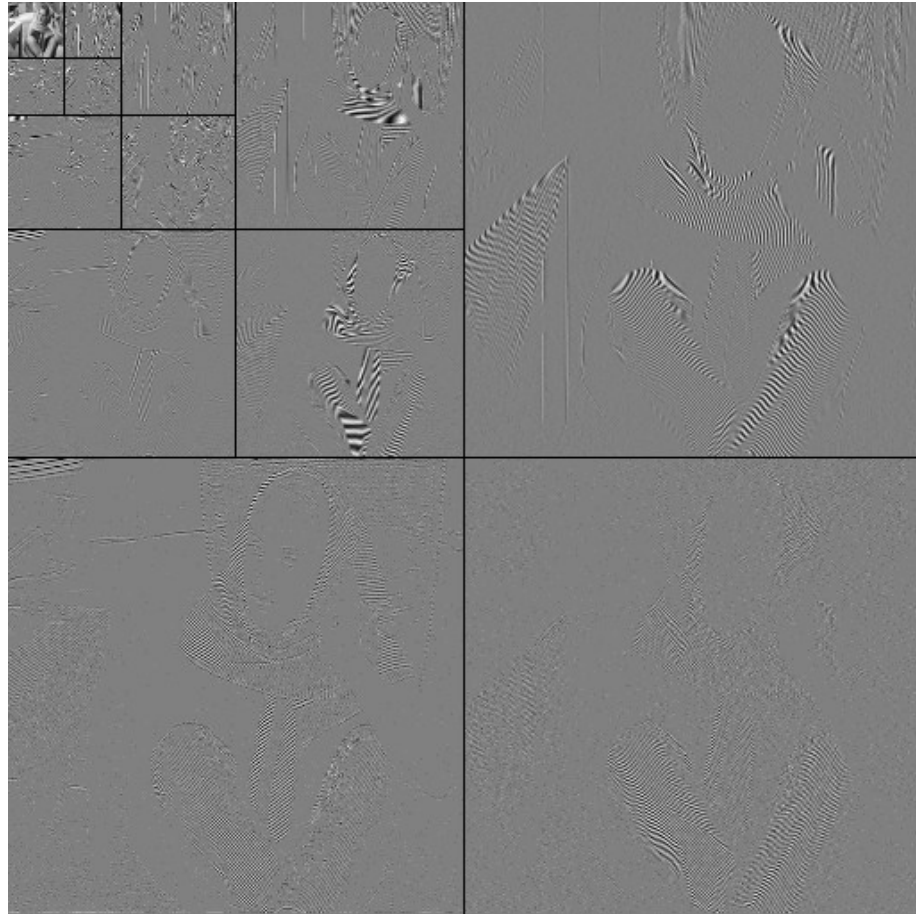
Quantification de la transformée en ondelettes, 9^e niveau



Transformée inverse : 1,5 bpp, MSE = 10,2

Transmission progressive d'une image correspondant aux différents niveaux de quantification de la transformée en ondelettes associés aux itérations successives de l'algorithme EZW.

Le gain en nombre de bits par pixel (bpp) ne tient pas compte du codage entropique.
MSE = Erreur Quadratique Moyenne (par pixel)



Quantification de la transformée en ondelettes, 10^e niveau



Transformée inverse : 3 bpp, MSE = 1,7