

**AMS308 2022-23 : devoir à la maison n°2**

*Le compte-rendu doit être rendu par courriel au plus tard le 09/01/23  
Le nombre de pages du compte-rendu est limité à 10*

**Exercice 1. Epaisseur de peau.** On se propose de discuter de la notion d'épaisseur de peau.

- (1) Discuter de l'interprétation physique du phénomène.
- (2) Montrer que dans un milieu conducteur homogène (avec  $\varepsilon, \mu, \sigma > 0$ ), les équations de Maxwell harmoniques en temps (pulsation  $\omega > 0$ ) peuvent s'écrire sous la forme

$$C(\omega)\mathbf{E} - \Delta\mathbf{E} = 0 \text{ dans } \mathbb{R}^3,$$

où  $C(\omega)$  est une quantité à préciser.

- (3) Soit  $\Omega^+ := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x_3 > 0\}$ . En utilisant l'analyse de Fourier, trouver une représentation de la solution  $L^2(\Omega^+)$  du problème (avec  $C(\omega)$  comme dans la question (2))

$$C(\omega)\mathbf{E} - \Delta\mathbf{E} = 0 \text{ pour } x_3 > 0, \quad \mathbf{E}(x_1, x_2, 0) = \mathbf{E}_0 \text{ sur } \partial\Omega^+.$$

- (4) Conclure.

**Exercice 2. Milieu parfait.** Soit  $\Omega$  un domaine (ouvert borné connexe, de frontière lipschitzienne) de  $\mathbb{R}^3$ . On suppose que  $\Omega$  est composé d'un milieu parfait, et entouré par un conducteur parfait. Le tenseur de permittivité électrique  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  est symétrique mesurable, et tel que :

$$\exists \varepsilon_-, \varepsilon_+ > 0, \forall \mathbf{X} \in \mathbb{R}^3, \varepsilon_- |\mathbf{X}|^2 \leq \underline{\underline{\varepsilon}} \mathbf{X} \cdot \mathbf{X} \leq \varepsilon_+ |\mathbf{X}|^2 \text{ p. p. dans } \Omega.$$

Définir et résoudre le modèle électrostatique posé dans  $\Omega$ . En particulier, il faudra introduire une matrice de capacitance adaptée.